Modes de vibrations non linéaires : définitions, calcul, extensions

Bruno Cochelin

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, UMR CNRS 7031
Ecole Centrale de Marseille
bruno.cochelin@centrale-marseille.fr

L'analyse dynamique d'un système mécanique linéaire commence en général par un calcul des modes propres du système conservatif associé. La simple connaissance des fréquences propres, des déformées modales et éventuellement des amortissements modaux permet déjà d'anticiper la réponse dynamique du système sous sollicitations. Ces modes propres constituent en outre une base de décomposition pour découpler les équations et construire des modèles réduits de très bonne qualité.

Est-il possible d'étendre cette notion de mode propre à des systèmes non linéaires ? Quel en est l'intérêt ? où sont les limites ? Une première réponse a été initiée par Rosenberg dans les années 60, en définissant les modes non linéaires (MNL) de systèmes conservatifs comme des familles de solutions périodiques dites de "vibrations à l'unisson". Shaw et Pierre ont proposé dans les années 90 une définition alternative plus générale, appuyée sur le théorème de la variété centrale, où les modes non linéaires sont cette fois définis comme des sous espaces invariants de dimension 2 de l'espace des phases. Un bon nombre de méthodes semi-analytiques très élégantes (perturbation, formes normales, échelles multiples) ont été proposées pour déterminer ces MNL mais leur domaine de validité est malheureusement souvent assez limité. Aujourd'hui, les méthodes purement numériques ont acquis une maturité suffisante pour envisager le calcul de MNL pour des structures complexes et des non linéarités variées. Une revue récente est notamment proposée dans [1]. Le lecteur intéressé par ce thémes des MNL peut se rapporter aux travaux du GDR CNRS "Dynolin" piloté par Claude-Henri Lamarque entre 2010 et 2018 [2].

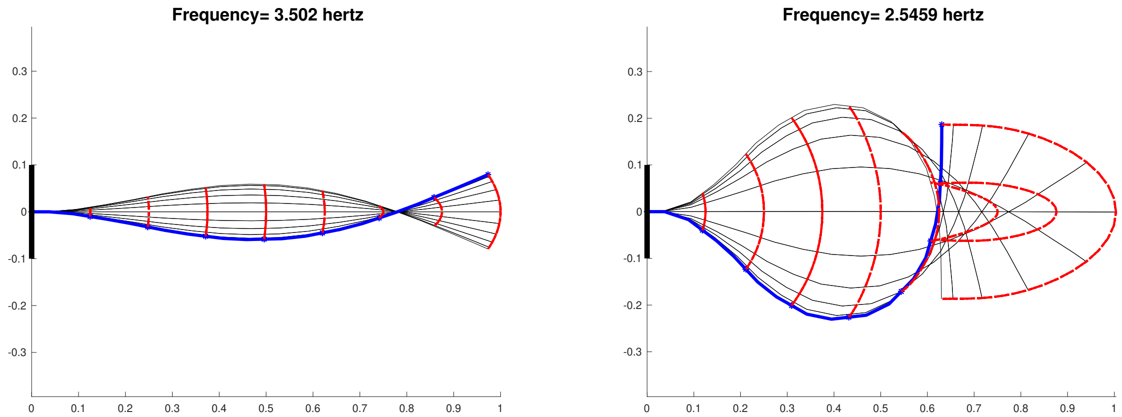

Figure 1: Mouvements périodiques issus du deuxième mode non linéaire (à la Rosenberg) d'une poutre encastrée libre en grands déplacements. Gauche : à faible amplitude. Droite : à forte amplitude. En rouge : trajectoire des noeuds. En noir : déformées successives sur une période. En bleu : déformée extrême

Même si ces modes non linéaires ne représentent qu'une sous-partie de la dynamique, souvent très complexe en non linéaire, leur détermination est utile pour d'éclairer le comportement et anticiper certains résultats. Ces MNL renseignent notamment sur l'évolution de la fréquence avec l'amplitude, sur la présence ou non de bifurcations de régimes, sur les phénomènes de localisation et les interactions modales possibles. Enfin, le fait que les réponses forcées s'effectuent aux voisinages des modes non linéaires reste souvent la première motivation pour les déterminer. Quant aux limitations, le principe de superposition ne s'appliquant pas pour les systèmes non linéaires, les techniques de décomposition modale et de réduction de modèle à base de MNL sont des problèmes encore trés largement ouverts.

La première partie de l'exposé reviendra sur les principales définitions de modes non linéaires et présentera un certain nombre d'exemples, notamment pour des structures élastiques en non linéaire géométrique, discrétisées par éléments finis. La seconde partie de l'exposé traitera du calcul numérique de ces modes non linéaires par continuation de solutions périodiques issues d'une technique d'équilibrage harmonique d'ordre élevé [3] dont une version modernisée efficace est désormais disponible dans le logiciel libre MANLAB V4 [4]. Enfin la dernière partie de l'exposé sera consacrée à des applications, allant des vibrations de tubes de générateur de vapeur avec un contact à jeu aux auto-oscillations dans les intruments de musique à vent.

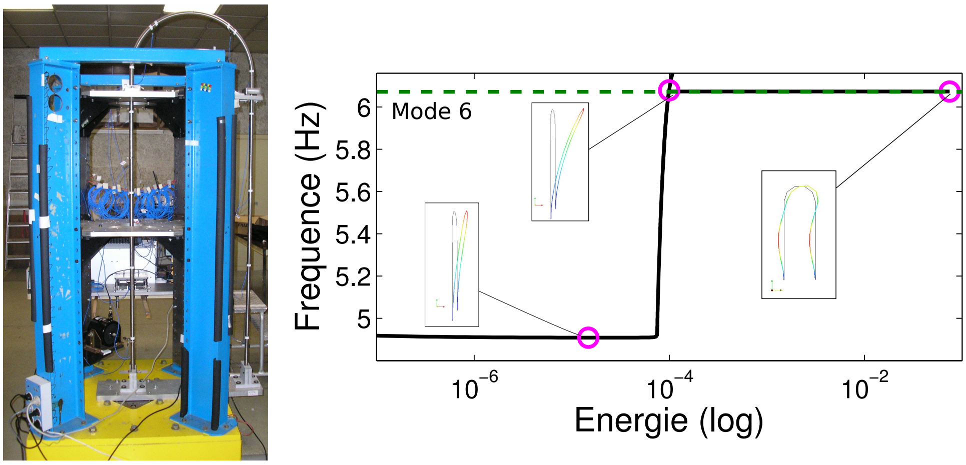

Figure 2: Mode non linéaire d'un tube de générateur de vapeur avec contact localisé à jeu. Gauche : Dispositif expérimental EdF. Droite : diagramme fréquence-énergie

References

[1] L. Renson, G. Kerschen and B. Cochelin, *Numerical computation of nonlinear normal modes in mechanical engineering*, Journal of Sound and Vibration 364, 177-206, 2016.

[2] Site web du GdR Dynolin. http://dynolin-gdr3437.entpe.fr

[3] B. Cochelin, C. Vergez *A high order purely frequency-based harmonic balance formulation for continuation of periodic solutions*, Journal of Sound and Vibration, 324, 243-262, 2009.

[4] Manlab V4- L. Guillot, B. Cochelin, C. Vergez - an interactive Path-Following and Bifurcation Analysis Software. http://manlab.lma.cnrs-mrs.fr/. 2019.