

## Etude expérimentale, analytique et numérique de l'élasticité du composite argile-pailles de riz (Banco)

C. Adadja<sup>1,2</sup>, C. Labintan<sup>2</sup>, M. Gibigaye<sup>2</sup>, M. Jrad<sup>1</sup>, M. Hattab<sup>1</sup>, H. Zahrouni<sup>1</sup>, Y. Koutsawa<sup>3</sup>

<sup>1</sup> LEM3, Université de Lorraine, France, {christian-enagnon.adadja,mohamed.jrad,mahdia.hattab,hamid.zahrouni}@univ-lorraine.fr

<sup>2</sup> LEMA, Université d'Abomey-Calavi, labintanclement@gmail.com, mohamed\_gibigaye@yahoo.fr

<sup>3</sup> LIST, Materials Research and Technology (MRT) Department, yao.koutsawa@list.lu;

---

**Résumé** — Le composite argile-pailles de riz (banco) utilisé dans le présent travail est un matériau hétérogène composé d'une matrice argileuse et des inclusions de paille de riz. L'objectif principal de l'étude est la prédiction macroscopique de son comportement élastique par des approches théoriques et numériques. Au vu des résultats, la surestimation des prédictions numériques surtout celles par éléments finis vis-à-vis de celles expérimentales s'explique par la non prise en compte de l'ensemble des porosités du matériau dans les simulations. Les résultats obtenus par les approches théoriques montrent qu'elles sont les plus adaptées aux composites argiles-pailles de riz de la présente étude.

**Mots clefs** — comportement élastique, composites Banco, éléments finis, porosités

---

### 1. Introduction

Le matériau terre est l'un des matériaux les plus anciens utilisé par l'humanité. Dans nos sociétés traditionnelles ils existent encore des murs en terre battue. Ces murs ont été construits et exposés pendant des décennies aux intempéries, dans un climat continental humide, Aucun de ces murs n'a montré un effondrement complet à ce jour [1]. La terre présente plusieurs avantages tels que la facilité de construire, sa disponibilité, elle possède une bonne conductivité thermique et son entretien se fait à faible coût [2]. Compte tenu de ces avantages, la terre est préférentiellement utilisée pour la construction notamment dans les zones rurales [3]. Les différents types de matériaux utilisés dans les sociétés traditionnelles sont la bauge, le torchis, le banco (ou adobe), le pisé, les blocs de terre comprimé [4]. Dans la présente étude, c'est le matériau banco qui retient notre attention. En effet, ce matériau est utilisé traditionnellement par la population rurale notamment celle de l'Afrique subsaharienne compte tenu de ces avantages notamment économique, environnemental, social. Dans un contexte économique comme celui du Bénin marqué par le faible pouvoir d'achat il va falloir maîtriser d'un point de vue technique le comportement de ce matériau afin de vulgariser son utilisation au détriment des matériaux conventionnels coûteux. Il a été prouvé par certains auteurs que la terre elle seule connaît des faiblesses qu'il faudra réduire avec l'ajout des pailles végétaux tout en respectant des spécifications techniques données [4]–[6]. Après que l'on s'assure alors de la faisabilité d'ajout à la terre pour faire du banco il devient fastidieux de trouver expérimentalement les caractéristiques de ce matériau particulièrement les constantes d'ingénieur surtout pour de diverses formulations. C'est ainsi que pour fournir aux spécialistes de calcul des structures une loi de comportement homogénéisée représentant la réponse réelle d'un élément de volume de ce matériau d'une part et d'autre part, pour la prévision de tenue en service des structures composites à base du banco, il est essentiel d'évaluer les contraintes locales dans chacun des constituants et à l'interface entre fibre et matrice, pour préciser les limites d'emplois de tels matériaux en évitant la rupture ou la décohésion. Ceci n'est toutefois possible que sur des bases solides d'homogénéisation qui permettent de prévoir l'effet de chaque variable à savoir, la fraction volumique des pailles de riz leur géométrie et leur orientation sur les performances du composite. Notre étude permettra de prédire son comportement élastique notamment son module de Young en considérant les pailles de riz comme des inclusions noyées dans une matrice argileuse.

Plusieurs auteurs notamment [7]–[9] ont travaillé sur la prédiction du comportement élastique des composites. Il a été démontré que le comportement élastique des composites à matrice argileuse renforcé avec des fibres végétales peut être prédit par des modèles analytiques notamment auto-cohérent [7].

La présente étude permettra donc d'étudier l'élasticité du composite banco à travers des méthodes analytiques et numériques pour diverses formulations à partir des caractéristiques de la matrice argileuse et des pailles de riz tous provenant du Bénin. À la fin de cette étude nous serons en mesure de dire lequel des modèles analytiques et ou numérique se rapproche mieux de l'expérimental pour servir désormais d'élément de base pour prédire le comportement élastique du composite banco.

## 2. Expériences

### 2.1. Matériaux d'étude

Le sol utilisé provient de la commune d'Abomey-Calavi (Bénin) 6°24'50,05''N ; 2°20'19,84''E et 6°25'13,59''N ; 2°20'41,78''E, il est choisi sur la base de sa disponibilité, son abondance dans la région, mais aussi du fait qu'il était utilisé traditionnellement pour les constructions en terre.

La paille de riz est abondante dans les régions du nord et du sud Bénin où des rizeries sont installées. Les pailles de riz utilisées proviennent de la Riziculture de Zinvié dans la commune d'Abomey-Calavi. En effet, chaque paille de riz a été débarrassée de ses feuilles non résistantes et ce n'est que la tige elle-même qui a été ensuite coupée en  $2\text{cm}\pm 1$ . Ces tiges ont été séchées jusqu'à poids constant avant d'être utilisées.



a- Terre de barre (sable argileux)



b- Paille de riz

Figure 1 – Matériaux d'étude

Les échantillons du composite banco étudiés, ont un rapport eau sur terre argileuse constant égale à 0.16 ( $E/T=0.16$ ). Cependant, les fractions volumiques des pailles de riz varient de 0 à 40%. Le tableau 1 présente les caractéristiques mécaniques de chaque phase du composite qui seront utilisées pour alimenter les simulations.

Tableau 1 : Propriétés élastiques de chaque phase du composite argile-pailles de riz (banco)

Paramètres	Matrice argileuse	Inclusion de pailles de riz
Module d'Young E (MPa)	175	17[7]
Coefficient de Poisson $\nu$	0.3	0.3

### 2.2. Préparation des échantillons

Avant la préparation des échantillons, les pailles de riz de  $2\text{cm}\pm 1$  de longueur sont immergées dans l'eau pendant 5min afin de limiter l'absorption de l'eau de gâchage nécessaire à l'hydratation du composite. Ceci permet d'assurer pour le mélange une bonne homogénéité et favorise l'adhésion fibre-

matrice. Le malaxage du sol à l'eau a été effectué pendant environ deux minutes avant l'ajout de la paille. Pour chaque fraction volumique de pailles de riz, trois éprouvettes cylindriques de dimension 5x10 cm sont confectionnées. Les mesures des propriétés mécaniques ont été faites à 28 jours d'âge des éprouvettes. Les échantillons ont été stockés dans des conditions de laboratoire jusqu'à atteindre l'humidité d'équilibre (température 22°C et 60%HR).

Une distribution expérimentale de la taille des inclusions a été obtenue à partir d'images de microstructures réelles avec un logiciel d'analyse d'images, ImageJ (voir Figure 2). Cette taille de la distribution a ensuite été utilisée pour générer un RVE avec une phase d'inclusion suivant cette distribution de taille. Les inclusions de pailles de riz sont identifiées par des ellipses permettant ainsi d'étudier leur orientation. Après l'analyse d'images, on trouve une disposition aléatoire des inclusions. La RVE résultante est illustrée à la figure 6.

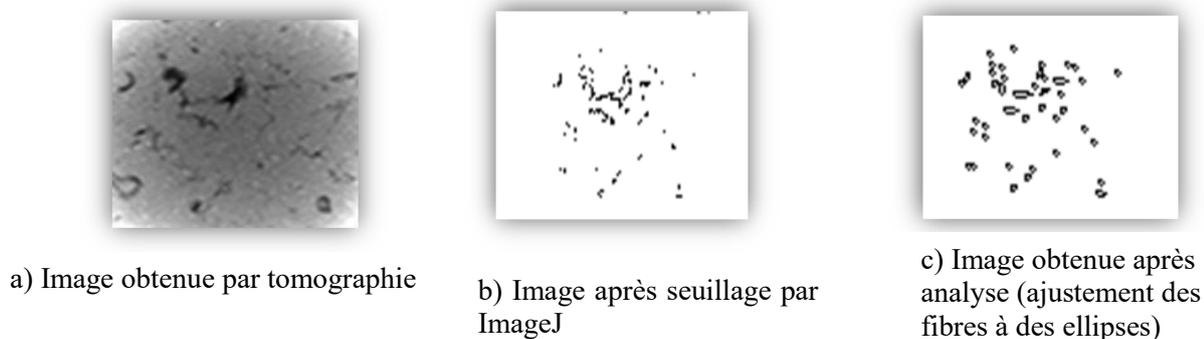


Figure 2 – Processus de détermination de l'orientation et de la forme des particules du composite argile-paille de riz

### 2.3. Caractérisation mécanique et résultats

Afin de déterminer les propriétés mécaniques du composite argile-pailles de riz, les échantillons sont sollicités en compression par une presse 3R. La force appliquée sur les deux sections de l'éprouvette en contact avec les plateaux de la presse croît de façon continue jusqu'à la rupture de l'éprouvette. La vitesse de chargement utilisée pour les essais est de 0,1 mm/s. Le dispositif est équipé d'un capteur de force et de déplacement (voir figure2).



Figure 3 : Essai expérimental en compression

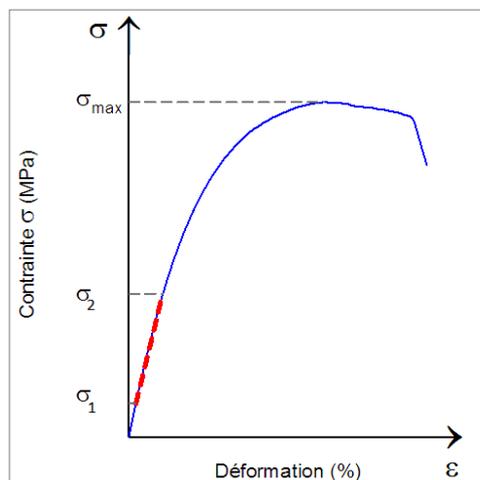


Figure 4 : Illustration du comportement en compression du matériau composite banco

Le module de Young est déterminé pour chaque fraction volumique à travers la courbe contrainte déformation issue de l'essai. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure suivante :

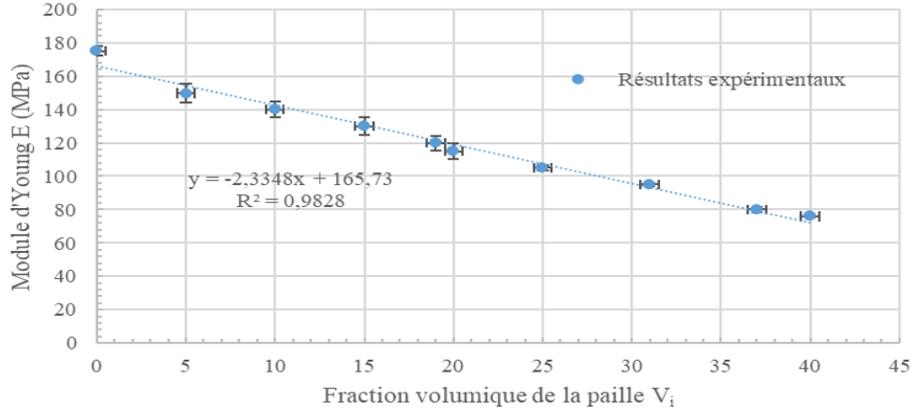


Figure 5 : Influence de la fraction volumique de pailles ( $v_i$ ) sur le module d'élasticité mesuré du composite ( $E$ )

On note que le module de Young du composite varie quasi linéairement avec la fraction volumique des pailles de riz jusqu'à 40%.

### 3. Modélisation du composite

#### 3.1. Modélisation analytique

Nous pouvons utiliser plusieurs approches théoriques d'homogénéisation pour estimer les propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz. Dans cette étude, les approches de Mori-Tanaka (MT), auto-cohérente (AC) et de Hashin-Strikman (HS) ont été testées.

En élasticité linéaire, les relations entre contrainte  $\sigma$  et déformation  $\varepsilon$  sont données par :

$$\begin{cases} \sigma = C : \varepsilon \\ \varepsilon = S : \sigma \end{cases} \quad (1)$$

où  $C$  est le tenseur des rigidités élastiques et  $S$  est le tenseur des souplesses élastiques. La relation entre le tenseur des rigidités du composite et celui de ces composants s'exprime par[8] :

$$C_m = C_m + n_i (C_i - C_m) : A \quad (2)$$

où  $v_i$  est la fraction volumique des inclusions. Les tenseurs des rigidités élastiques des inclusions et de la matrice sont désignés par  $C_i$  et  $C_m$ .  $A$  désigne le tenseur de concentration des déformations des pailles de riz.

- **Modèle de Mori-Tanaka**

Le modèle développé par Mori-Tanaka, suppose que le matériau qui a les mêmes propriétés que la matrice, contient de nombreuses inclusions [8] et tient ainsi compte de l'interaction entre les renforts [10] et [11]. La résolution du problème nous permet d'écrire le tenseur de concentration des déformations des pailles de riz :

$$A^{MT} = A^{Eshelby} : \left[ (1 - V_i) \delta + V_i A^{Eshelby} \right]^{-1} \quad (3)$$

où  $\delta$  est le tenseur identité et  $A^{Eshelby}$  est le tenseur de concentration des déformations pour un problème d'inclusion équivalente d'Eshelby. Il est déterminé par :

$$A^{Eshelby} = \left[ \delta + E : S_m : (C_i - C_m) \right]^{-1} \quad (4)$$

où  $E$  est le tenseur d'Eshelby qui dépend du rapport de forme de l'inclusion et des constantes élastiques de la matrice. L'estimation du tenseur des rigidités homogénéisées du composite par l'approche de Mori-Tanaka s'exprime par :

$$C^{MT} = C_m + V_i (C_i - C_m) : A^{MT} \quad (5)$$

- **Modèle auto-cohérent**

Ce modèle est fondé sur le modèle d'inclusion d'Eshelby qui est attribuée par Hill [11]. Dans ce modèle on fait l'hypothèse selon laquelle chaque inclusion est entourée par un milieu continu équivalent dont le tenseur des rigidités est égal au tenseur des rigidités effectives globales  $C^{AC}$  inconnues. L'estimation du tenseur des rigidités effectives du composite est donc :

$$C^{AC} = C_m + V_i (C_i - C_m) : A^{AC} \quad (6)$$

où le tenseur de concentration des déformations  $A^{AC}$  est :

$$A^{AC} = \left[ \delta + E : S^{AC} : (C_i - C^{AC}) \right]^{-1} \quad (7)$$

Les tenseurs  $C^{AC}$  et  $S^{AC}$  de la matrice entourant la particule ne sont pas connus, mais la résolution se fait par itérations, en prenant comme première estimation de  $A^{AC}$ , le résultat obtenu par l'approche d'Eshelby. La convergence de ce processus donne la solution  $A^{AC}$ . Il est à noter que le tenseur d'Eshelby  $E$  doit être recalculé à chaque itération.

- **Les bornes de Hashin-Strikman**

Hashin et Strikman utilisent la solution du problème d'Eshelby en considérant un matériau homogène équivalent entourant les inclusions par les différents constituants du composite (matériau de référence). Si le matériau de référence est le plus "rigide" des constituants, l'estimation donne une borne supérieure (HS+). Par contre, si le matériau de référence est le plus "souple" des constituants, on obtient la borne inférieure (HS-) [8][11]. Ces bornes sont plus précises que les bornes de Voigt et de Reuss. Les bornes de Hashin et Strikman (HS) peuvent s'écrire sous la forme :

$$C^{HS-} \leq C_{hom}^{HS} \leq C^{HS+} \quad (8)$$

avec la borne inférieure :

$$C^{HS-} = \left[ v_m C_m : (C_{min}^* + C_m)^{-1} + v_i C_i : (C_{min}^* + C_i)^{-1} \right] : \left[ v_m (C_{min}^* + C_m)^{-1} + v_i (C_{min}^* + C_i)^{-1} \right]^{-1} \quad (9)$$

et la borne supérieure :

$$C^{HS+} = \left[ v_m C_m : (C_{max}^* + C_m)^{-1} + v_i C_i : (C_{max}^* + C_i)^{-1} \right] : \left[ v_m (C_{max}^* + C_m)^{-1} + v_i (C_{max}^* + C_i)^{-1} \right]^{-1} \quad (10)$$

Dans les équations (9) et (10) les tenseurs  $C_{min}^*$  et  $C_{max}^*$  sont définis par :

$$\begin{aligned} C_{max}^* &= E_{max}^{-1} : C_{max} - C_{min} \\ C_{min}^* &= E_{min}^{-1} : C_{min} - C_{max} \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} C_{max} = \max(C_m, C_i) \\ C_{min} = \min(C_m, C_i) \end{cases} \quad (11)$$

La figure 6 nous montre la variation du module de Young du composite argile-pailles de riz en fonction de la fraction volumique des pailles. Cette courbe présente à la fois les résultats expérimentaux et analytiques.

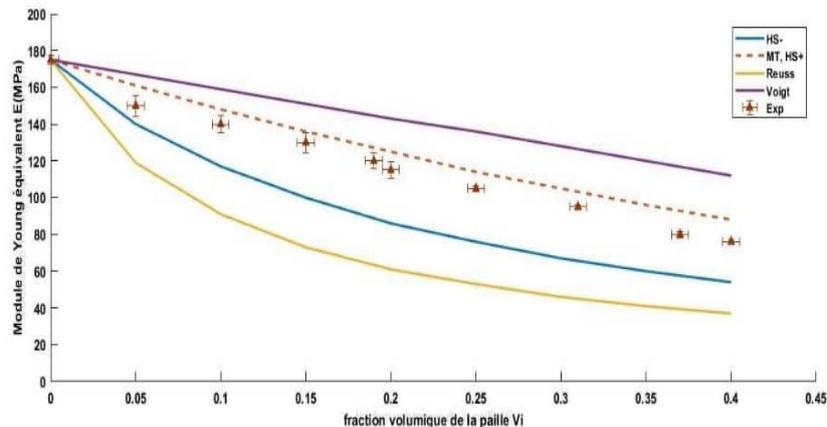


Figure 6 : Variation du module de Young en fonction de la fraction volumique des pailles

## 3.2. Modélisation numérique

Le module de Young est aussi estimé dans le présent travail par une méthode numérique par éléments finis et semi-analytique en utilisant le logiciel Digimat doté des modules semi-analytique MF et numérique FE. Les inclusions ellipsoïdales orientées aléatoirement sont représentées comme des inclusions cylindriques.

DIGIMAT est une plateforme de logiciels pour la simulation prédictive des matériaux composites[9]. Cet outil est utilisé dans de nombreuses applications industrielles pour modéliser le comportement des composites en tenant compte de l'orientation locale des fibres et du processus de fabrication. Il peut être aussi appliqué à notre matériau. Cela justifie notre choix pour ce logiciel d'homogénéisation numérique. DIGIMAT présente quatre modules : Digimat MF, Digimat FE, Digimat MX et Digimat CAE[9]. Pour notre étude, uniquement les deux premiers modules (Digimat MF, Digimat FE) ont été utilisés.

### 3.1.1. Estimation par Digimat MF

Digimat-MF est un logiciel d'homogénéisation par champs moyens utilisé pour prédire le comportement non-linéaire des matériaux multiphasiques. Il utilise pour cela deux méthodes semi-analytiques principales : Mori-Tanaka et la méthode interpellative double inclusion (Modèle Lielens) [12]. Le nombre de phases de l'inclusion peut être supérieur à un. Les inclusions peuvent avoir une forme ellipsoïde, cylindrique, de cavités, d'inclusions enrobées et d'inclusions rigides ou quasi-rigides. Dans notre cas nous avons considéré que nos inclusions ont une forme cylindrique car il s'agit des pailles. À l'issue de la simulation, Digimat-MF nous donne la courbe contrainte-déformation, la matrice de rigidité et par suite les modules d'élasticités.

### 3.1.2. Estimation par Digimat FE

Digimat-FE est un logiciel d'homogénéisation du comportement non linéaire de Volume Élémentaire Représentatif (VER) de microstructure de matériaux complexes. Ce module utilise la méthode des éléments finis (MEF) pour l'analyse de la structure de VER. Pour générer le VER et le maillage il faut entrer les caractéristiques de chaque phase ainsi que l'orientation et le rapport de forme des inclusions. Il utilise Abaqus/CAE pour générer le maillage (Figure 6) d'une microstructure via un script Python. Il sert entre autres de confronter les résultats de la méthode MEF (Digimat FE) avec ceux de la méthode semi-analytique (Digimat MF).

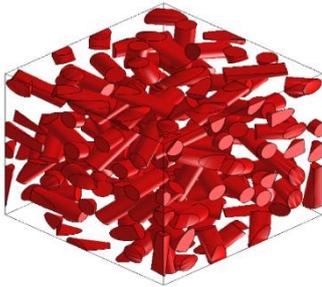


Figure 6 : VER généré par Digimat FE

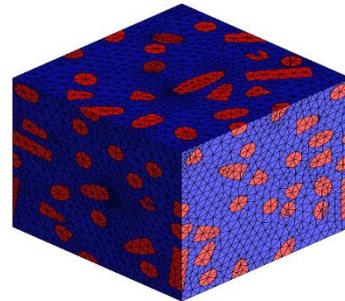


Figure 7 : Maillage généré par Digimat FE

### 3.1.3. Conditions aux limites et convergence globale

Il est nécessaire de définir des conditions aux limites afin de résoudre les équations constitutives dans le cas de l'élasticité. On distingue : les conditions homogènes sur le contour en déformation (KUBC), les conditions homogènes sur le contour en contraintes (SUBC) et les conditions périodiques (PBC). Selon [6] et [8] les conditions périodiques (PBC) sont préférables pour les calculs éléments finis (MEF). Ces conditions aux limites PBC sont utilisées par plusieurs chercheurs à cause de sa convergence rapide. Pour cela, dans notre travail, nous avons choisi ces conditions aux limites de type périodique (PBC). D'après les conditions aux limites de type périodique, deux points homologues de faces opposées ont même caractéristique. De même, les efforts  $\sigma.n$  en deux points homologues sont opposés. Quant à la convergence globale elle a été étudiée et révèle qu'à partir de 100 inclusions pour 350000 éléments finis elle est atteinte (Figure 7). Cette densité de maillage qui permet d'atteindre la

convergence des résultats est considérée dans la suite de nos simulations avec les conditions de périodicités.

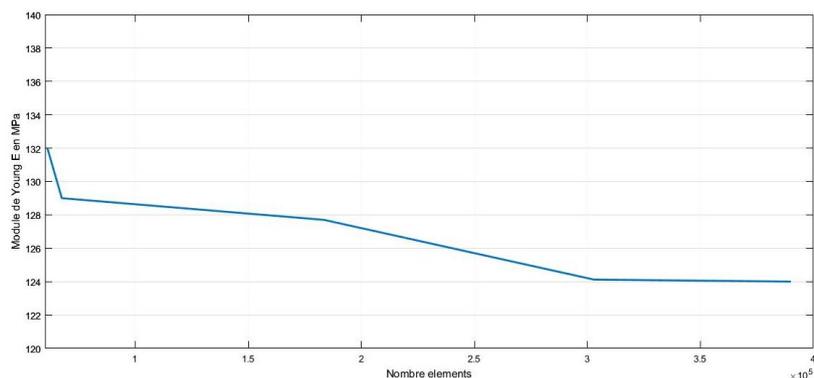


Figure 8 : Variation du module E en fonction du nombre d'EF pour les différentes grilles de maillage.

#### 4. Résultats et discussions

Dans cette partie, nous utilisons les résultats expérimentaux pour confronter et valider les différentes approches de calcul. Le rapport de forme des inclusions est de 2.9 et les propriétés mécaniques de la matrice argileuse et des pailles de riz sont présentés dans le tableau 1.

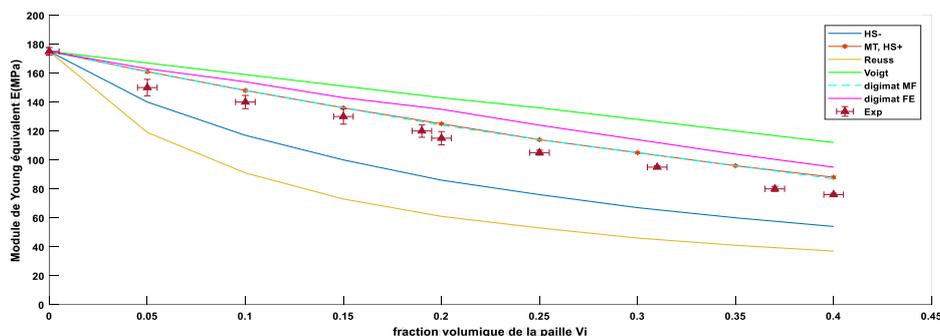


Figure 9 : Estimation du module de Young du composite banco en fonction de la fraction volumique des pailles de riz

Sur la Figure 8, les résultats obtenus avec les méthodes numériques pour des composites argiles-pailles de riz(banco) sont comparés aux résultats expérimentaux et aux estimations du comportement obtenu par les approches analytiques.

Il en ressort que les données expérimentales sont bien comprises entre les bornes de Voigt et Reuss et les bornes optimales de Hashin-Strikman. Les valeurs du modèle de Mori-Tanaka coïncident avec la borne supérieure de Hashin-Strikman et les valeurs trouvées par Digimat MF. Cela est tout à fait normal selon l'interprétation de Benveniste sur le modèle de Mori-Tanaka, lorsque la matrice est la phase la plus rigide le modèle de Mori-Tanaka correspond à la borne supérieure de Hashin-Strikman et quand elle est la phase la plus souple le modèle de Mori-Tanaka correspond à la borne inférieure de Hashin-Strikman. Dans notre cas la matrice argileuse est la plus rigide ce qui justifie la coïncidence de la borne supérieure de Hashin-Strikman et la valeur de Mori-Tanaka. De plus la coïncidence des valeurs de Digimat MF et celles de Mori-Tanaka s'explique par le fait que nous avons à faire à un composite biphasique donc ayant une seule phase d'inclusion et dans ce cas Digimat utilise le modèle de Mori-Tanaka comme évoqué plus haut. Ces résultats sont en accord avec les valeurs trouvées par [7] qui ont trouvé pour différentes fractions volumiques de pailles végétales une plage de module de Young comprise entre 98 et 155 MPa.

De façon globale les méthodes d'homogénéisation analytique comme numérique surestiment le module de Young du composite Banco. Néanmoins, il y a une bonne corrélation entre les valeurs théoriques de Mori-Tanaka, de Digimat MF et celles expérimentales.

## 5. Conclusion

Dans la présente étude, des mesures expérimentales de modules de Young des composites banco en fonction des fractions volumiques de pailles de riz comprises entre 0 et 40% ont été faites. Dans cette plage de fractions volumiques, les courbes nous renseignent que le module d'élasticité peut être approché par différentes méthodes d'homogénéisation. En général, les méthodes d'homogénéisation surestiment les valeurs du module de Young du banco. Le modèle de Mori-Tanaka et le module MF de Digimat avec une orientation isotrope des inclusions sont les moins éloignés des résultats expérimentaux. La méthode numérique Digimat FE donne des résultats pas très éloignés des valeurs de Mori-Tanaka et de celle de Digimat MF, toutes comprises entre les bornes optimales de Hashin-Strikman.

## 6. Références bibliographiques

- [1] Q. B. Bui, J. C. Morel, B. V. V. Reddy, and W. Ghayad, "Durability of rammed earth walls exposed for 20 years to natural weathering," *Build. Environ.*, vol. 44, no. 5, pp. 912–919, 2009.
- [2] P. Meukam, "Caractérisation De Matériaux Locaux En," *Thèse Dr.*, pp. 1–2, 2004.
- [3] V. Sharma, H. K. Vinayak, and B. M. Marwaha, "Enhancing sustainability of rural adobe houses of hills by addition of vernacular fiber reinforcement," *Int. J. Sustain. Built Environ.*, vol. 4, no. 2, pp. 348–358, 2015.
- [4] G. c. Mrema, *Rural structures in the tropics*, FOOD AND A. Rome, 2011.
- [5] Bahar.R; M.Benazzoug and S.Kenai, "Durabilité du matériau terre stabilisée," *Séminaire Int. Innov. Valor. EN GENIE Civ. Mater. Constr.*, pp. 1–6, 2005.
- [6] C. Labintan, R. Benelmir, M. Gibigaye, and A. Donnot, "CHARACTERIZATION OF THE 'BANCO,' A BUILDING MATERIAL FOR A TROPICAL AND RURAL ENVIRONMENT Clément," vol. 23, no. 2, pp. 1–2.
- [7] Q. Piattoni, E. Quagliarini, and S. Lenci, "Experimental analysis and modelling of the mechanical behaviour of earthen bricks," *Constr. Build. Mater. Elsevier*, vol. 25, p. 2072, 2011.
- [8] T. H. Pham, "Modélisation multi-échelles des propriétés thermiques et élastiques de composites," *Thèse Dr.*, pp. 42–49, 2014.
- [9] T. H. HOANG, "Approches d'homogénéisation numériques incrémentales pour le calcul des structures hétérogènes élasto-plastiques et élasto-visco-plastiques," *Thèse Dr.*, pp. 111–122, 2015.
- [10] A. Elouaer, "Contribution à la compréhension et à la modélisation du comportement mécanique de matériaux composites à renfort en fibres végétales," *Thèse Dr.*, pp. 171–172, 2011.
- [11] H. G. Nguyen, "Approche micromécanique pour la modélisation du comportement élastoplastique des composites : application aux mortiers de résine," *Thèse Dr.*, pp. 41–44, 2008.
- [12] I. Doghri and A. Ouaar, "Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures study of tangent operators, cyclic plasticity and numerical algorithms," *Int. J. Solids Struct. Elsevier*, vol. 40, no. 7, pp. 1692–1694, 2003.
- [13] A. EL MOUMEN, "Prévision du comportement des matériaux hétérogènes basée sur l'homogénéisation numérique : modélisation, visualisation et étude morphologique," *Thèse Dr.*, pp. 43–47, 2014.
- [14] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, and D. Jeulin, "Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach," *Int. J. Solids Struct. Elsevier*, vol. 40, pp. 3647–3679, 2003.
- [15] A. El Moumen, A. Imad, T. Kanit, E. Hilali, and H. El Minor, "A multiscale approach and microstructure design of the elastic composite behavior reinforced with natural particles," *Compos. Part B, Elsevier*, vol. 66, pp. 247–254, 2014.