

Réduction de modèle pour l'évaluation des contraintes internes et déformations résiduelles des pièces issues de fabrication additive métallique

B. Bognet^{1 2}

¹ GeM, Ecole Centrale Nantes, brice.bognet@ec-nantes.fr

² ICI, Ecole Centrale Nantes

Résumé — La fabrication additive offre de nombreux avantages en matière de conception de pièce et se développe rapidement dans le monde industriel. Cependant la fabrication de telles pièces n'est pas triviale et des outils de simulation sont nécessaires afin d'assister la mise au point du procédé ainsi que la fabricabilité de chaque pièce. La méthode présentée ici permet de réduire les temps de calcul associés à la simulation à l'échelle de la pièce pour la technologie à lit de poudre. L'approche présentée repose sur l'utilisation de la séparation des variables permettant de réduire la taille du domaine de simulation tout en conservant les non-linéarités du modèle.

Mots clés — lit de poudre, réduction de modèle, élastoplasticité.

1 Introduction

La fabrication additive génère un certain nombre de défis pour la simulation du fait de son caractère fortement non-linéaire (fusion locale), imposant de forts gradients (source de chaleur très localisée) et mélangeant des échelles de temps courtes et longues (vitesse d'avance de la source de chaleur rapide, fabrication de la pièce s'étalant sur une durée longue). Ces caractéristiques mettent en défaut les approches numériques traditionnelles : une simulation à l'échelle nécessaire pour capter la taille du bain de fusion et les phénomènes multi-physiques transitoires se limitera à une taille réduite de type échantillon. A contrario, une simulation incluant l'ensemble de la pièce nécessitera des hypothèses fortes sur la physique ainsi que sur la discrétisation spatiale et temporelle.

L'approche présentée ici vise à évaluer les contraintes résiduelles dans les pièces fabriquées par la technologie *lit de poudre*, mais aussi et surtout de quantifier le déplacement vertical de la dernière couche au cours de la fabrication afin d'éviter des collisions et donc des erreurs machines voir des dégâts sur le racleur lors de la mise en couche. Le procédé de fabrication couche par couche impose un maillage fin dans la direction de l'épaisseur pour représenter chaque couche (couches de 50 à 100 μ m d'épaisseur) et le grand nombre de couches nécessaire pour réaliser la pièce induit un nombre de pas de temps important. Une méthode de résolution par éléments finis traditionnelle impose donc un maillage fin et un grand nombre de pas de temps, conduisant à un temps de calcul prohibitif [1]. Une simplification couramment utilisée dans le domaine de la simulation de la fabrication additive appelée "lumping" consiste à dé-raffiner le maillage dans la direction de l'épaisseur (la taille caractéristique du maillage devenant supérieur à l'épaisseur réelle d'une couche) afin de déposer des "couches numériques" plus épaisses que les couches réelles, et regroupant plusieurs d'entre elles.

Par ailleurs, les simulations à l'échelle de la pièce simplifient généralement la physique en la réduisant à un modèle élastoplastique basé sur des considérations physiques ou phénoménologiques comme par exemple la méthode dite "inherent strain" qui nécessite une calibration [2], associé à un modèle matériau simple sans changement de phase, de type élastoplastique.

La stratégie présentée ici vise à utiliser des modèles matériaux simples mais à limiter voire supprimer le "lumping" afin d'améliorer la fidélité des simulations. Pour ce faire, un modèle élastoplastique est utilisé en combinaison d'une approche de réduction de modèle basée sur la séparation des variables permettant de mettre en place une stratégie de décomposition/duplication de domaine. La séparation de variables permet de représenter la géométrie comme une somme de problèmes 3D définis sur une seule

couche. La stratégie de résolution basée sur la PGD (Proper Generalized Decomposition [3]) permet de calculer la solution du problème sous forme de produits de fonctions d'espace et de fonctions de numéro de couche en n'ayant une discrétisation spatiale que d'une seule couche.

2 Décomposition du problème 3D/1D

Contraire aux méthodes de décomposition de domaines classiques [4] distribuant les degrés de liberté du modèle dans des sous-domaines, la méthode proposée ici se base sur la similarité du volume de construction de chaque couche et n'utilise qu'un sous-domaine discrétisé représentant l'ensemble des couches à la fois. Une dimension supplémentaire représentant le numéro de la couche dans le modèle permet de reconstruire l'ensemble du volume et des champs calculés. Chaque couche étant différente, une fonction indicatrice différente représentant la présence de matière lui est associée. Finalement, le domaine peut être reconstruit sous la forme suivante :

$$\Omega(X, Y, Z)_N = \sum_{i=0}^N (\Omega(x, y, z) \cdot f(x, y)_i + i \cdot e),$$

où (X, Y, Z) sont les coordonnées globales, N le nombre de couches, $\Omega(x, y, z)$ le volume de construction d'une couche, $f(x, y)_i$ la fonction de présence matière de la couche i et e l'épaisseur d'une couche. La couche 0 représente la plaque support incluse dans la simulation.

De manière similaire, le champ de déplacement, ainsi que l'ensemble des champs s'écrivent sous forme séparée de la manière suivante :

$$\mathbf{U}(x, y, z, n) = \sum_{i=1}^N \mathbf{U}_{(xyz)}(x, y, z) \cdot \mathbf{U}_{(n)}(n),$$

où n est le numéro de la couche.

Les couches sont ajoutées successivement en agrandissant le problème dans la coordonnée n . Pour la dépose de la première couche, le domaine en n se compose de 2 nœuds associés respectivement à la plaque support, et la première couche déposée (voir figure 1). La plaque support a une fonction indicatrice matière $f(x, y)_0$ vraie sur tout le domaine de construction $\Omega(x, y, z)$.

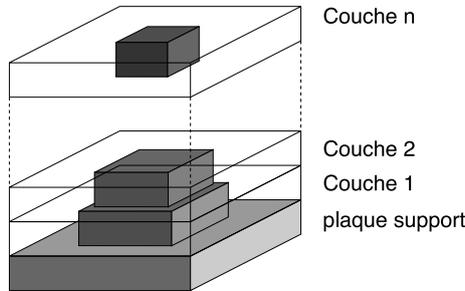


FIGURE 1 – Représentation du domaine

Au fur et à mesure que les couches sont ajoutées, le problème en n est agrandi d'un nœud supplémentaire à chaque fois et un calcul non-linéaire est effectué pour obtenir la déformation et l'état de contrainte élastoplastique dans des couches présentes dans le modèle.

3 Résolution

Le chargement lors de l'ajout de chaque couche est réduit à une dilatation thermique équivalente, permettant de s'affranchir du temps et de la résolution du problème de thermique sur la pièce. Il ne reste donc qu'un problème purement mécanique à résoudre après chaque ajout d'une couche supplémentaire, défini sur le domaine $\Omega(X, Y, Z)_n$ comportant les n premières couches de la pièce.

Pour chaque incrément de chargement lors du calcul, les opérateurs tangents sont calculés pour chaque couche :

$$\mathbf{K}_t(x, y, z, n) \Delta \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{n}) = \mathbf{R}(x, y, z, n)$$

FIGURE 2 – Algorithme de résolution

```

1: pour les couches de 1 à N faire
2:   pour chaque incrément  $\Delta F$  faire
3:     Initialisation du résidu :  $R \rightarrow \Delta F$ 
4:     incrément de contrainte élastique
5:     tant que  $\|R\| < \varepsilon$  faire
6:       calcul de  $\mathbf{K}_t(x, y, z, n)$ 
7:       tant que  $\Delta \mathbf{U}(x, y, z, n)$  non convergé faire
8:         tant que  $P_{(xyz)} \cdot T_{(n)}$  non convergé faire
9:           calcul de  $P_{(xyz)}$ 
10:          calcul de  $T_{(n)}$ 
11:        fin tant que
12:      fin tant que
13:      nouveau résidu  $R \rightarrow R - \Delta \phi$ 
14:    fin tant que
15:    résultat incrément
16:  fin pour
17:  résultat couche
18: fin pour
19: résultat pièce

```

La connaissance des opérateurs tangents permet ensuite d'évaluer les incréments de déplacement, eux mêmes exprimés comme sommes de produits de fonctions de l'espace x, y, z et de fonctions de l'indice de numéro de couche n :

$$\Delta \mathbf{U}(x, y, z, n) = \sum_{i=1}^M \Delta \mathbf{U}_{(xyz)}^i \cdot \Delta \mathbf{U}_{(n)}^i + P_{(xyz)} \cdot T_{(n)}$$

L'incrément de déplacement $\Delta \mathbf{U}(x, y, z, n)$ est enrichi autant de fois que nécessaire avec un nouveau produit de fonctions $P_{(xyz)} \cdot T_{(n)}$ selon la méthode PGD : le problème non-linéaire en $P_{(xyz)}$ et $T_{(n)}$ à résoudre s'écrit :

$$\left[\sum_{i=1}^M \mathbf{K}_t^i(xyz) \cdot \delta_{(n)}^i \right] (P_{(xyz)} \cdot T_{(n)}) = (R_{(x,y,z)} \cdot R_{(n)}) - \left[\sum_{i=1}^M \mathbf{K}_t^i(xyz) \cdot \delta_{(n)}^i \right] \left(\sum_{i=1}^M \Delta \mathbf{U}_{(xyz)}^i \cdot \Delta \mathbf{U}_{(n)}^i \right)$$

Les fonctions d'enrichissements successifs $P_{(xyz)}$ et $T_{(n)}$ sont calculées en utilisant un point fixe comme décrit dans [3]. Finalement, l'algorithme général utilisé pour la résolution du problème est défini 2.

4 Conclusion

La méthode décrite ici exploite la similarité entre les couches de la pièce pour construire un modèle réduit composé de fonctions d'espace définies sur une couche (3D). Le fait que le volume de construction de chaque couche est identique permet ici de résoudre le problème en utilisant une représentation en variables séparée. L'avantage de l'utilisation de la représentation séparée est double : il permet de réduire le nombre de degrés de liberté du problème car seul le volume de construction d'une couche est discrétisé en 3D. De plus les fonctions spatiales en (x, y, z) calculées sont conservées pour les ajouts de couches suivants et sont utilisées comme base de projection pour la solution avant de l'enrichir d'avantage avec d'éventuelles nouvelles fonctions, contribuant également à réduire le temps de calcul.

Références

- [1] Andreas Malmelöv, Andreas Lundbäck, and Lars-Erik Lindgren. Simulation for Additive Manufacturing Validation of an approach to reduce simulation time for additive manufacturing. (October) :11–12, 2017.

- [2] Iñaki Setien, Michele Chiumenti, Sjoerd van der Veen, Maria San Sebastian, Fermín Garcíandía, and Alberto Echeverría. Empirical methodology to determine inherent strains in additive manufacturing. *Computers & Mathematics with Applications*, jun 2018.
- [3] A Ammar, B Mokdad, F Chinesta, and R Keunings. A new family of solvers for some classes of multidimensional partial differential equations encountered in kinetic theory modelling of complex fluids - Part II : Transient simulation using space-time separated representations. *Journal Of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 144(2-3) :98–121, 2007.
- [4] Pierre Gosselet and Christian Rey. Non-overlapping domain decomposition methods in structural mechanics. *Archives of computational methods in engineering*, 13(July 2005) :515–572, 2006.