

Extrapolation de simulations de soudage pour l'estimation des modes POD

P. Pereira Álvarez^{1,2}, D. Ryckelynck², S. Hendili¹, V. Robin¹ et J. Delmas¹

¹ EDF R&D

6 quai Watier, 78400 Chatou, France

e-mail: pablo.pereira_alvarez, sofiane.hendili,

vincent.robin, josselin.delmas@edf.fr

² Mines ParisTech, PSL Research University, MAT - Centre des Matériaux

CNRS UMR 7633

BP 87 91003 Évry, France

e-mail: pablo.pereira_alvarez, david.ryckelynck@mines-paristech.fr

Résumé — Récemment, différentes méthodes de réduction de modèle ont été proposées pour accélérer des simulations numériques de soudage. Ces modèles réduits sont construits à partir d'une base de modes empiriques extraite des solutions des simulations à l'aide de la POD. Pour le cas des simulations multipasses, on propose une étape de prédiction pour extrapoler les solutions éléments finis d'une passe à une autre pour construire des modèles réduits pour les passes qui n'ont pas encore été calculées. Deux méthodes seront présentées et elles seront combinées pour améliorer leur performance.

Mots clés — Simulation numérique de soudage, méthode d'hyper-réduction, modes dynamiques.

1 Introduction

En soudage, un apport de chaleur localisé à très haute température provoque des dilatations et contractions thermiques non uniformes, résultant en déformations plastiques dans la zone de soudage et les zones proches. Ainsi, des contraintes résiduelles et déformations permanentes sont produites dans la structure soudée. Il est connu que les contraintes peuvent produire des fissures dans la structure, mais aucun outil expérimental ne permet d'obtenir une distribution tridimensionnelle des contraintes. C'est pour cela que la prédiction des contraintes résiduelles et de la déformation pour différentes valeurs de certains paramètres d'un procédé de soudage est extrêmement importante pour l'optimisation du procédé et identifier les possibles défauts.

La complexité des phénomènes physiques intervenant en soudage fait de l'analyse par la méthode d'éléments finis un outil indispensable en simulation numérique de soudage. Les premiers travaux ont été réalisés par Hibbitt et Marcal [6] qui ont proposé une analyse par éléments finis (FEA) en deux dimensions (2D) pour la prédiction des contraintes résiduelles. Les efforts de la communauté pendant les années 70 et 80 ont été consacrés au développement de modèles pour des géométries simplifiées en 2D (voir [8] et [13]). A partir de la fin des années 80, des simulations de soudage par éléments finis en 3D commencent à être réalisées à l'aide de logiciels commerciaux basés sur la méthode des éléments finis (MEF) [11]. Dans le cas des études de soudage avec source de chaleur mobile, les simulations numériques ont un coût de calcul qui croît de façon non-linéaire par rapport à la longueur des passes du procédé. Pour de nombreuses configurations, les simulations numériques par éléments finis sont trop coûteuses en temps de calcul.

Récemment, des modèles d'ordre réduit basés sur des projections de type Galerkin ont été proposés pour accélérer les simulations numériques de soudage [12, 4] et obtenir des prédictions rapides. Dans ces publications, une base réduite de modes empiriques est extraite à partir de simulations offline pour construire des équations réduites qui seront résolues dans une étape online [3]. Une des méthodes les plus utilisées pour extraire des bases réduites est la Proper Orthogonal Decomposition (POD), une méthode proposée dans [1].

Dans ce travail, on propose une étape de prédiction supplémentaire pour extrapoler des prédictions éléments finis d'une passe à une autre, avec l'objectif de construire des modèles réduits pour des passes qui n'ont pas encore été calculées. On présente deux méthodes pour faire des extrapolations et on montre comment améliorer leur performance en les combinant à l'aide d'algorithmes de classification automatique (*clustering*). La première méthode utilise une décomposition en modes dynamiques (DMD) [10]

des champs de déplacements et contraintes. Ici, la DMD décrit les mécanismes physiques liés aux données obtenues lors des simulations des passes précédentes. On fait la supposition que ces mécanismes physiques peuvent s'étendre des premières passes aux suivantes. La deuxième méthode est la Physical Fields Shift Method [9]. On considère que les transformations physiques aux alentours de la source de chaleur sont quasi-stationnaires dans un repère mobile.

2 Identification de phénomènes physiques sous-jacents par la décomposition en modes dynamiques

La DMD [10, 2, 7] a été introduite en mécanique des fluides pour extraire des informations sur la dynamique des écoulements générées par simulation numérique ou mesurées expérimentalement. Les modes dynamiques ont été interprétés comme une généralisation des modes globaux de stabilité dans l'analyse de phénomènes instables. Ici, la DMD définit une relation de récurrence liée à l'information dynamique impliquée dans l'évolution des déplacements et des contraintes dans un procédé de soudage entre les passes $n - 1$ et n . Il s'agit d'une approche empirique, et comme pour la POD, elle utilise les données issues d'une simulation pour définir des modes empiriques. Mais dans ce cas les données de la simulation sont limitées à la prédiction par éléments finis des n premières passes. L'étape offline d'application de la POD en utilisant une prédiction complète par éléments finis est remplacée par une simulation multipasses incomplète.

Les déplacements sont notés u . La $n^{\text{ème}}$ passe commence à l'instant t_{n-1} ($t_0 = 0$) et finit à l'instant t_n . Les déplacements sont définis sur un domaine Ω qui contient toutes les passes qui seront simulées. Les propriétés physiques sont activées quand la source de chaleur avance.

Les déplacements sont approchés par la méthode des éléments fins. Cette approximation s'écrit :

$$u(x, \theta_j) = u_e(x, \theta_j) + \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \varphi_i(x) q_{ij} \quad \forall x \in \Omega$$

où u_e est une prédiction élastique, θ_j est l'instant de calcul au $j^{\text{ème}}$ pas de temps, \mathcal{N} est le nombre de degrés de liberté du maillage de Ω , φ_i est la fonction de forme EF 3D lié au $i^{\text{ème}}$ degré de liberté, q_{ij} est le $i^{\text{ème}}$ déplacement nodal à l'instant θ_j . La simulation de chaque passe contient α pas de temps.

Après la simulation de $n - 1$ passes, les données sont rangées dans une matrice $Q \in \mathbb{R}^{\mathcal{N} \times (n-1)\alpha}$, telle que $Q(i, j) = q_{ij}$ (ici la notation Matlab pour les matrices est introduite). La décomposition en valeurs singulières de la matrice Q est souvent utilisée pour obtenir des modes POD. Le nombre de colonnes dans Q est incrémenté à la volée après chaque itération au cours de la simulation EF. Ici, on considère des ensembles de données de la même passe de soudage. On appelle $v_k \in \mathbb{R}^{(\mathcal{N}\alpha)}$ le vecteur des données de la $k^{\text{ème}}$ passe :

$$v_k(p) = Q(i, j), \quad p = (j - \alpha(k - 1) - 1) \mathcal{N} + i,$$

avec : $i \in \{1, \dots, \mathcal{N}\}$, $j \in \{\alpha(k - 1) + 1, \dots, \alpha k\}$.

Les données associées à un groupe de $n - 1$ passes entre les passes 1 et $n - 1$ ont la forme matricielle suivante :

$$V_1^{n-1} = [v_1, \dots, v_{n-1}] \in \mathbb{R}^{(\mathcal{N}\alpha) \times (n-1)}$$

La décomposition en modes dynamiques vise à identifier un modèle linéaire empirique pour prédire $V_2^n \in \mathbb{R}^{(\mathcal{N}\alpha) \times (n-1)}$ en connaissant V_1^{n-1} , avec :

$$V_2^n = [v_2, \dots, v_n] \in \mathbb{R}^{(\mathcal{N}\alpha) \times (n-1)}$$

On suppose que chaque v_k peut être exprimé comme une combinaison linéaire des $k - 1$ vecteurs précédents :

$$v_k = \sum_{i=1}^{k-1} c_i v_i + r_i$$

On en déduit la relation matricielle suivante :

$$V_2^n = V_1^{n-1} C + R$$

où R est un résidu.

Cette relation suppose que le déplacement obtenu pendant une passe de soudage peut être exprimé comme une combinaison linéaire des déplacements des passes précédentes.

La matrice C contient l'information dynamique empirique associée aux n premières passes. La matrice C est facile à calculer à partir de la SVD de V_1^{n-1} , en gardant uniquement les valeurs singulières non nulles :

$$V_1^{n-1} = U \Sigma W^T$$

$$C = U^T V_2^n W \Sigma^{-1}$$

La DMD permet de déterminer la matrice V_3^{n+1} en effectuant l'extrapolation suivante :

$$V_3^{n+1} \approx \tilde{V}_3^{n+1} = V_2^n C$$

L'information correspondante à la passe $n + 1$ est approximé par :

$$\tilde{v}_{n+1} = \tilde{V}_3^{n+1}(:, n+1) \in \mathbb{R}^{(\mathcal{N}\alpha)}$$

L'extrapolation de la matrice Q est notée \hat{Q} telle que :

$$\hat{Q} = [Q, \tilde{Q}], \quad \tilde{Q} \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}\alpha}$$

avec la prédiction de déplacement de la passe $n + 1$:

$$\tilde{Q}(i, j) = \tilde{v}_{n+1}(p), \quad p = (j-1)\mathcal{N} + i,$$

$$\text{avec } i \in \{1, \dots, \mathcal{N}\}, j \in \{1, \dots, \alpha\}$$

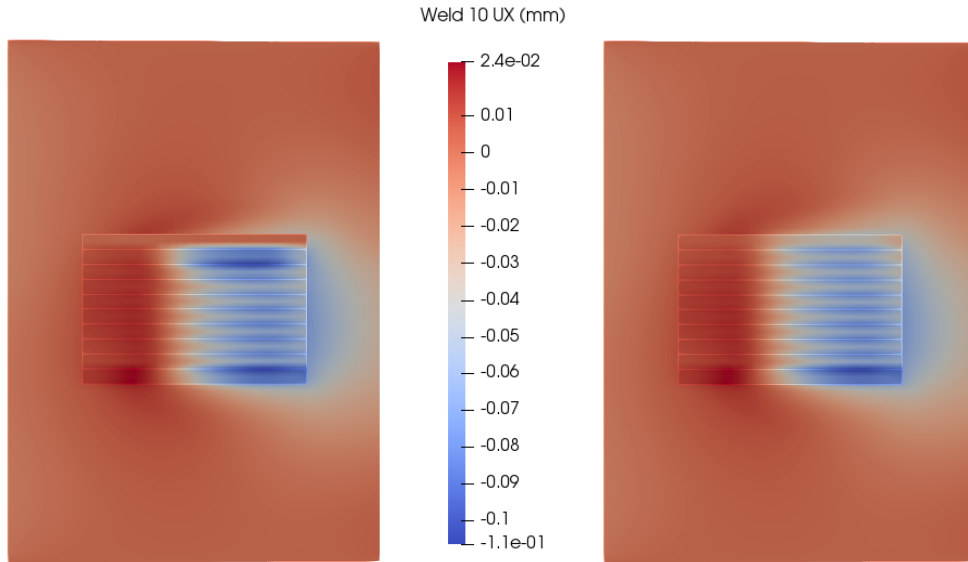


Figure 1 – Exemple de l'extrapolation de la première composante du déplacement en utilisant la DMD avec $n = 9$, à gauche le déplacement extrapolé à la fin de la passe 10, à droite la prédiction EF.

Donc, pour la passe $n + 1$ l'extrapolation donne, pour $\theta_j \in \{\alpha n + 1, \dots, \alpha(n+1)\}$:

$$\tilde{u}(x, \theta_j) = u_e(x, \theta_j) + \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \varphi_i(x) \hat{Q}(i, j) \quad \forall x \in \Omega$$

où la prédiction élastique $u_e(x, \theta_j)$ tient compte de la source de chaleur mobile en utilisant une simulation rapide.

Cette technique d'extrapolation peut être étendue à d'autres champs physiques calculés pendant la simulation de soudage comme, par exemple, le champs de contraintes ou de déformation plastique.

Schmid montre dans [10] que la DMD capture efficacement l'évolution d'un système dynamique. Ici, l'application à un cas de soudage multipasses de 10 cordons de soudure sur une plaque métallique donne des résultats satisfaisants sur une bonne partie du domaine, mais la prédiction sur le nouveau cordon n'est pas satisfaisante, voir la figure 1. Cela est lié au fait qu'en soudage multipasses le domaine évolue avec chaque déposition du cordon. On décide de combiner cette méthode avec la Physical Fields Shift, présentée dans la section 3, qui serait capable de prédire le comportement sur le nouveau cordon.

3 Méthode Physical Fields Shift

La méthode Physical Fields Shift (PFS) [9] est une méthode simplifiée utilisée en simulation de soudage multipasses pour prédire une nouvelle passe à partir des données des passes simulées précédemment. La PFS est seulement applicable à des géométries particulières, avec un dépôt consécutif de cordons de la même forme. Elle est une méthode empirique basée sur les similarités entre les champs de résultats de deux passes consécutives. Après la simulation d'un certain nombre de passes m , on observe une propagation de la solution dans le sens transversal au dépôt des nouveaux cordons. En effet, après chaque passe, la principale différence entre deux passes consécutives est une translation spatiale. Sur le nouveau cordon, des champs similaires apparaissent et sur les cordons précédents les déplacements et les contraintes se cumulent. Cette évolution sera utilisée pour approximer les nouvelles passes.

Les m premières passes $m < M$ sont calculées à l'aide de la méthode d'éléments finis. On voudrait approximer l'état final des déplacements et de contraintes s_{m+1} après la passe $m + 1$ à partir des données des passes m et $m - 1$.

Un champ d'incrément Δs_m est calculé pour capturer l'évolution produite entre les deux passes $m - 1$ et m :

$$\Delta s_m = s_m - s_{m-1}$$

Il est supposé que cette évolution sera similaire à celle qui se produit entre les passes m et $m + 1$. Une fois ce champ d'incrément calculé, il sera translaté d'une distance d dans la direction de déposition des cordons. Cette distance d représente la taille d'un cordon. Le champs d'incrément translaté $\Delta \hat{s}_m$ approxime l'évolution qui se produira entre les passes m et $m + 1$.

L'approximation \tilde{s}_{m+1} de s_{m+1} est calculée comme la somme de la passe m et de l'évolution $\Delta \hat{s}_m$:

$$\tilde{s}_{m+1} = s_m + \Delta \hat{s}_m$$

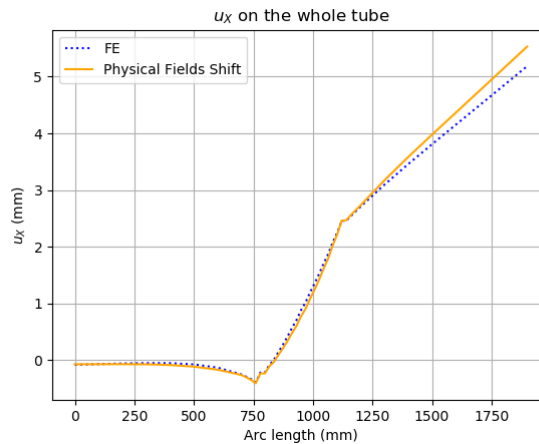


Figure 2 – Approximation de la composante u_x du déplacement dans un cas industriel Overlay.

La prédiction est très précise sur la zone de soudage, mais dans les zones lointaines cette approche produit des erreurs importantes après plusieurs applications. La figure 2 montre un exemple d'application de la méthode dans un cas industriel de type Overlay. La valeur de la composante u_x du déplacement est tracée suivant une ligne qui va d'un extrême à l'autre d'un tube sur lequel on dépose une centaine de cordons. Cette ligne traverse la zone de soudage, qui est situé entre 750 et 1150 mm. Ici la méthode PFS a été appliquée 80 fois pour estimer la déformation finale après 100 passes.

4 Local-global extrapolation method

On propose de séparer notre domaine Ω en deux zones : une région dans laquelle la source de chaleur mobile a un effet fort tel que la PFS soit précise et une autre région dans laquelle la DMD soit aussi précise. Cela est fait à l'aide d'algorithmes de classification automatique (*clustering*).

Le *clustering* est une technique utilisée pour séparer les données (ou les objets) dans différents groupes ou clusters de sorte que les éléments de chaque cluster soient similaires et en même temps différents des éléments des autres clusters. Il existe de nombreux algorithmes de clustering qui sont bien connus dans le domaine de la science des données et des statistiques [5].

Supposons que l'on souhaite de calculer une prédiction de la passe $n + 1$ et que la simulation par éléments finis des premières n passes est déjà faite. A partir des résultats précédents, une prédiction de la passe n est calculée en utilisant la méthode PFS et comparée à la solution par éléments finis. L'objectif est de calculer une erreur relative sur chaque nœud du maillage. Cette erreur est calculée de la façon suivante :

$$\eta_i = \frac{|q_i^n - \hat{q}_i^n|}{\|Q^n\|_F}, \quad i \in \mathcal{L}$$

où q_i^n est la valeur nodale du champ calculé par EF sur le $i^{\text{ème}}$ degré de liberté, \hat{q}_i^n est la valeur nodale prédite sur le $i^{\text{ème}}$ degré de liberté, Q^n est un snapshot de la solution EF de la passe n et $\mathcal{L} = \{i \in \mathbb{N} : 1 \leq i \leq \mathcal{N}\}$ est l'ensemble des degrés de liberté.

Pour séparer les deux régions on propose 3 méthodes :

- Choisir un critère ε et on sépare deux ensembles en faisant : $I_{PFS} = \{i \in \mathcal{L} : \eta_i \leq \varepsilon\}$ and $I_{DMD} = \{i \in \mathcal{L} : \eta_i > \varepsilon\}$.
- Appliquer la méthode Kmeans pour créer deux clusters I_{PFS} and I_{DMD} .
- Appliquer une méthode de Clustering Hiérarchique (methode de Ward) pour créer deux clusters I_{PFS} and I_{DMD} .

Ainsi, pour calculer la prédiction de la passe $n + 1$, dans chaque zone la méthode la plus précise sera utilisée.

5 Modes POD via extrapolation

Une fois que les extrapolations sont faites, il est intéressant de comparer les modes POD produits par les simulations EF et les prédictions. Nous comparons le sous-espace engendré par les modes POD contenus dans \hat{Q} , l'extrapolation locale-globale de la passe $n + 1$, et les modes POD de Q , la solution EF que l'on considère "exacte". Même si les prédictions sont très précises, les modes POD calculés résultant de ces prédictions peuvent être différents de ceux calculés à partir des simulations EF.

La forme matricielle des modes POD est notée V^{POD} . La matrice des modes obtenues par extrapolation est notée \hat{V}^{POD} . L'erreur d'extrapolation est définie par :

$$E = \|V^{POD} - \hat{V}^{POD} (\hat{V}^{POD})^T V^{POD}\|_2$$

6 Synthèse de résultats

Les résultats obtenus pour l'instant sont très encourageants. Toutes les méthodes expliquées dans les sections précédentes ont été testées pour prédire la 11^{ème} passe d'une simulation numérique de soudage multipasses de 20 cordons déposés sur un bloc en métal. Les 10 premières passes ont été simulées

à l'aide de la méthode des éléments finis. La simulation éléments finis de la 11^{ème} passe est utilisée comme référence pour estimer l'erreur des prédictions. Le tableau 1 montre un récapitulatif de tous ces tests. La première colonne indique la méthode utilisée pour faire la prédiction, la deuxième et la troisième colonnes contiennent l'erreur relative entre la solution éléments finis et la prédiction pour les champs de déplacements et le champs de contraintes, respectivement, et la dernière reporte l'erreur d'extrapolation calculée comme on l'explique dans la section 5.

Les figures 3 et 4 montrent une comparaison de deux des stratégies et du résultat éléments finis. Ces stratégies sont :

- La combinaison de la méthode DMD et la méthode PFS avec séparation de régions faite avec un critère $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ (voir figures 3 et 4 à gauche).
- La combinaison de la méthode DMD et la méthode PFS avec séparation de régions faite avec la méthode de *clustering* de Ward (voir figures 3 et 4 au centre).

Tableau 1 – Comparaison des différentes méthodes pour la prédiction de la passe 11 et l'erreur d'extrapolation.

Méthode	Erreur		
	Déplacements	Contraintes	Extrapolation
Dynamic Mode Decomposition	2%	29%	53%
Physical Fields Shift	0.8%	13%	4.05%
Combinaison ($\varepsilon = 10^{-4}$)	0.3%	6.1%	4.03%
Combinaison ($\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$)	0.3%	2.9%	4.03%
Combinaison (Kmeans)	1.2%	4.4%	44%
Combinaison (Ward)	1.97%	1.95%	47%

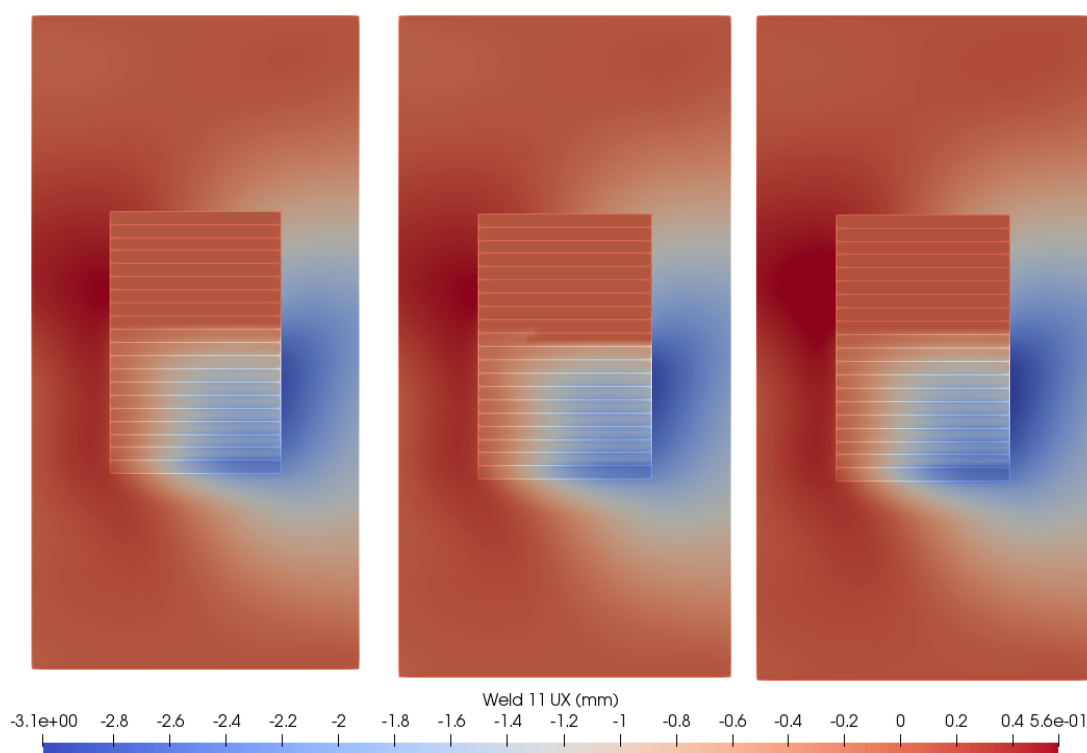


Figure 3 – Comparaison des champs de déplacement (composante u_x) à l'instant final de la 11^{ème} passe. (De gauche à droite : $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$, Ward, simulation EF).

On remarque que l'erreur d'extrapolation est assez élevée pour des prédictions qui sont très précises. Cela pourrait être provoqué par les discontinuités qui peuvent apparaître à l'interface des deux régions

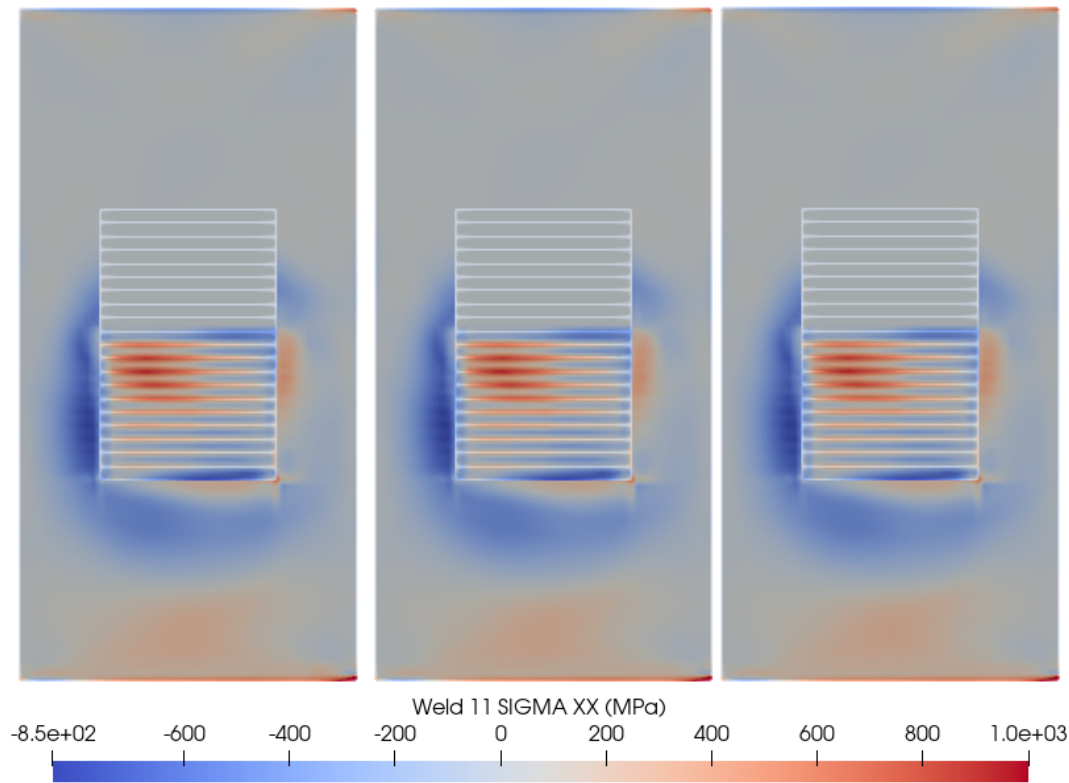


Figure 4 – Comparaison des champs de contrainte (composante σ_{XX}) à l’instant final de la 11^{ème} passe. (De gauche à droite : $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$, Ward, simulation EF).

I_{DMD} et I_{PFS} et qui sont éventuellement capturées par la POD, créant des modes différents. La prédiction faite avec la méthode de Ward (figure 3, au centre) montre ce type de discontinuité.

Références

- [1] N. Aubry, P. Holmes, J. L. Lumley, and E. Stone. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary-layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 192 :115–173, 1988.
- [2] D. A. Bistrián and I. M. Navon. The method of dynamic mode decomposition in shallow water and a swirling flow problem. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 83(1) :73–89, 2016.
- [3] K. Carlberg, C. Farhat, J. Cortial, and D. Amsallem. The gnat method for nonlinear model reduction : effective implementation and application to computational fluid dynamics and turbulent flows. *Journal of Computational Physics*, 242 :623–647, 2013.
- [4] A. Cosimo, A. Cardona, and S. Idelsohn. Improving the k-compressibility of hyper reduced order models with moving sources : applications to welding and phase change problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 274 :237–263, 2014.
- [5] G. Gan, C. Ma, and J. Wu. *Data clustering : theory, algorithms, and applications*, volume 20. Siam, 2007.
- [6] H. Hibbitt and P. Marcal. A numerical, thermo-mechanical model for the welding and subsequent loading of a fabricated structure. *Computers and Structures*, pages 1145–1174, 1973.
- [7] D. M. L. Jonathan H. Tu, Clarence W. Rowley. On dynamic mode decomposition : theory and applications. *Journal of Computational Dynamics*, 1(2158-2491-2014-2-391) :391, 2014.
- [8] L. Karlsson. Thermal stresses in welding. R.B. Hetnarski (Ed.), *Thermal stresses I*, Elsevier Science Publishers, 1986.
- [9] P. Pereira Alvarez, T. Dinh Trong, S. Hendili, V. Robin, and J. Delmas. A shift technique for multipass welding simulation. In *Conference paper, 12th International Seminar Numerical Analysis of Weldability, Graz, Austria*, 2018.
- [10] P. J. Schmid. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *Journal of fluid mechanics*, 656 :5–28, 2010.

- [11] P. Tekriwal and J. Mazumder. Finite element analysis of three-dimensional transient heat transfer in gma welding. *Weld J*, 67 :150–156, 1988.
- [12] Y. Zhang, A. Combescure, and A. Gravouil. Efficient hyper reduced-order model (hrom) for parametric studies of the 3d thermo-elasto-plastic calculation. *Finite Elements in Analysis and Design*, 102 :37–51, 2015.
- [13] X. Zhu and Y. Chao. Effects of temperature-dependent material properties on welding simulation. *Computers & Structures*, 80(11) :967 – 976, 2002.