

# Entrechoquement entre des structures en béton armé soumises à un chargement sismique

José Ambiel<sup>1,2</sup>, Michael Brun<sup>1</sup>, Papa Faye<sup>1</sup>, Alfred Thibon<sup>3</sup>, Anthony Gravouil<sup>2</sup>

<sup>1</sup> GEOMAS, INSA de Lyon, 34 avenue des arts, F-69621 Villeurbanne, France, jose-henrique.krahenbuhl@insa-lyon.fr

<sup>2</sup> LaMCoS, INSA de Lyon, Université de Lyon, CNRS UMR5259, 18-20 rue des sciences, F-69621 Villeurbanne, France

<sup>3</sup> Direction Technique - SAE / DS, EDF – DIPNN, 19 rue Pierre Bourdeix, 69007 Lyon, France

**Résumé** — Dans le domaine de la dynamique des structures avec impacts, le traitement du contact/impact ainsi que les choix du schéma d'intégration temporelle sont essentiels pour caractériser les phénomènes mis en jeu lors de l'entrechoquement entre des structures du génie civil lors d'un tremblement de terre. L'approche proposée par [1] est adoptée : schéma explicite, de type "event-capturing", avec gestion des conditions d'impact en vitesse via l'introduction de multiplicateurs de Lagrange. Cette approche est synthétisée et trois exemples sont présentés pour vérifier sa convergence et son efficacité.

**Mots clés** — schéma temporel explicite, contact/impact, multiplicateurs de Lagrange.

## 1 Introduction

Les structures du génie civil exposées au risque sismique sont pourvues de joints de parasismiques, destinées à éviter la collision entre les bâtiments au cours d'un séisme. Le dimensionnement du joint parasismique est établi en évaluant les déplacements des bâtiments soumis à une action sismique de référence. Dans le cadre d'études probabilistes de sûreté, la prise en considération de scénario d'agressions externes extrêmes, notamment sismiques, bien au-delà du référentiel réglementaire, conduit à s'interroger sur les conséquences d'éventuels entrechoquements entre les bâtiments adjacents. Notamment, l'industrie nucléaire souhaite évaluer les conséquences d'un séisme au-delà du référentiel pour les bâtiments existants caractérisés par une distance de séparation qui ne permet pas d'éviter un entrechoquement pour ce niveau d'agression. Les sollicitations mécaniques provenant des entrechoquements entre bâtiments adjacents sont caractérisées par un haut contenu fréquentiel, susceptible de perturber la fonctionnalité de certains équipements des centrales nucléaires comme les armoires électriques. Par conséquent, l'objectif des travaux de recherche est de caractériser au mieux l'excitation sismique au point d'ancrage des équipements en reproduisant le phénomène d'impact/contact entre les bâtiments adjacents ainsi que la propagation des ondes hautes fréquences dans la structure, jusqu'au point d'ancrage de l'équipement.

La simulation numérique des entrechoquements entre les bâtiments a été étudiée dans la littérature depuis plus de 30 ans. Néanmoins, la multiplicité des approches proposées et les conclusions qui en sont extraites sont trop disparates pour que ces méthodes soient jugées suffisamment prédictives par rapport à l'objectif de sûreté de fonctionnement des équipements nucléaires. Le problème d'entrechoquement est caractérisé par de multiples chocs au cours du séisme, avec des comportements des matériaux qui resteraient, en grande partie, dans leur domaine élastique (choc entre voiles de béton armé, pourvus de taux de ferrailage importants). Ces caractéristiques générales du problème d'entrechoquement entre les bâtiments permettent de le distinguer des problèmes d'impact à grande vitesse tels que des projectiles sur des structures du génie civil, qui se caractérisent par un impact de forte intensité engendrant des dommages notables dans la zone d'impact. De par ces caractéristiques, le problème d'entrechoquement entre bâtiments correspond davantage à celui du problème industriel du pont roulant sous séismes, qui subit de multiples impacts hautes fréquences au niveau des galets du chariot de levage et des rails de guidage, et qui n'exhibe que des dommages très localisés en zone d'impact.

L'approche de modélisation a pour objectif de prédire les sollicitations au niveau des ancrages des équipements en termes de déplacements, vitesses et accélérations sur une large bande de fréquences allant jusqu'à 50 Hz via des spectres de réponse. La méthode aux éléments finis (FEM) pour la discrétisation spatiale est adoptée, avec une intégration temporelle explicite des équations du mouvement, qui

parallélisée permettent de traiter des maillages fins par des approches de partitionnement. En effet, la principale limitation de la méthode FEM pour le problème ciblé est la finesse du maillage qui doit être suffisante pour reproduire la propagation d'ondes hautes fréquences dans le bâtiment. Il est bien connu que l'intégration temporelle explicite, basée sur le schéma des différences centrées, est mieux adapté aux problèmes d'impact/contact que des schémas implicites (schéma de l'accélération moyenne), en particulier pour des problèmes de multiples impacts/contacts. Le prix à payer est la finesse du pas de temps, qui doit respecter la condition de stabilité du schéma explicite.

Pour le traitement du contact/impact, on utilise le schéma d'intégration temporelle explicite proposée par [1], qui a démontré son efficacité pour ce type de problème. Ce schéma est présenté dans la section 2, en écrivant les formes forte et faible des équations de la dynamique non régulière. Dans la section 3, deux exemples académiques sont traités afin de vérifier les propriétés du schéma adopté. Le troisième exemple concerne des structures en béton armé de deux étages qui ont été testées sur la table vibrante AZALEE du CEA.

## 2 Méthode

### 2.1 Formulation forte

Dans cette section, les conditions de contact/impact de Hertz-Signorini-Moreau (HSM) sont présentées avant de les écrire sous forme faible. La Figure (1) illustre deux corps déformables  $B_1$  et  $B_2$  de configurations  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ , fonction du temps  $t$  (configurations initiale et déformée), et d'interface  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ . Sur l'interface  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ , on distingue trois zones distinctes,  $\Gamma_{D_1}$  et  $\Gamma_{D_2}$  pour les conditions de Dirichlet,  $\Gamma_{N_1}$  et  $\Gamma_{N_2}$  pour les conditions de Neumann et  $\Gamma_{C_1}$  et  $\Gamma_{C_2}$  pour l'interface de contact entre les deux corps. Pour une paire de points en contact,  $\underline{X}_k$  appartenant à l'interface de contact  $\Gamma_{C_k}$  ( $k = 1, 2$ ), les conditions HSM pour un contact non frottant, dans le cas des petits déplacements, s'écrivent :

$$\begin{cases} g_N = [(\underline{X}_2 + \underline{u}_2) - (\underline{X}_1 + \underline{u}_1)] \cdot \underline{n}_1 \geq 0 \\ \tau_N = \underline{\sigma}_k \cdot \underline{n}_k \cdot \underline{n}_k \leq 0, \quad k = 1, 2 \\ g_N \cdot \tau_N = 0 \end{cases} \quad (1)$$

avec  $g_N$  l'espace entre les deux points de l'interface de contact, c'est-à-dire le "gap", avec les déplacements notés  $\underline{u}_1$  et  $\underline{u}_2$ . La contrainte normale est représentée par  $\tau_N$ ,  $\underline{\sigma}_k$  est le tenseur de contraintes aux points en contact et  $\underline{n}_k$  les normales aux deux surfaces. La première inégalité est la condition d'impenétabilité, c'est-à-dire que les corps ne peuvent pas occuper le même point en même temps. La deuxième inégalité impose que les contraintes normales  $\tau_N$  de contact soient toujours négatives, c'est-à-dire qu'il n'ait qu'une compression possible entre les corps. Enfin, la troisième condition impose qu'il y a des compressions uniquement lorsque les corps sont en contact. Selon le lemme de viabilité de Moreau [2], il est aussi possible d'écrire les conditions de contact (1) en vitesse :

$$\begin{cases} \text{si } g_N > 0 \text{ donc } i_N = 0 \\ \text{si } g_N = 0 \text{ donc } \begin{cases} \dot{g}_N \geq 0 \\ i_N \leq 0 \\ \dot{g}_N \cdot i_N = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

où  $i_N$  est l'impulsion du contact ;  $\dot{g}_N$  la composante normale de la vitesse relative entre les deux points, ou encore "gap" en vitesse, donnée par :

$$\dot{g}_N = (\dot{\underline{u}}_2 - \dot{\underline{u}}_1) \cdot \underline{n}_1 \quad (3)$$

avec  $\dot{\underline{u}}_1$  et  $\dot{\underline{u}}_2$  les vitesses des deux points. On note  $\Omega$  tel que :  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ , et  $\Gamma_C$  désigne l'ensemble des interfaces de contact :  $\Gamma_C = \Gamma_{C_1} \cup \Gamma_{C_2}$ . De même, l'ensemble des interfaces avec les conditions de Dirichlet est  $\Gamma_D = \Gamma_{D_1} \cup \Gamma_{D_2}$ , et l'ensemble des interfaces avec les conditions de Neumann est  $\Gamma_N = \Gamma_{N_1} \cup \Gamma_{N_2}$ . Outre l'hypothèse des petits déplacements, les matériaux sont supposés élastiques et linéaires. Le comportement mécanique des deux corps déformables est régi par l'équation d'équilibre et les conditions

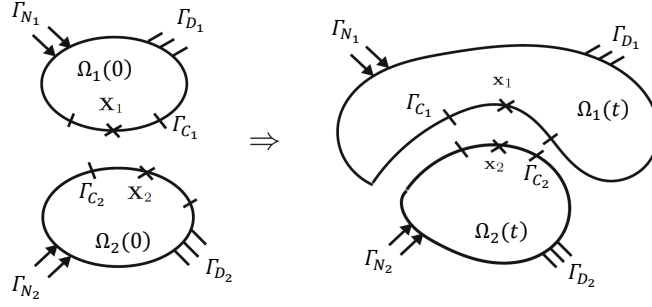


FIGURE 1 – Configuration de deux corps déformables en contact.  $\Gamma_1$  étant le corps maître et  $\Gamma_2$  l’esclave [1]

HSM, écrites dans l’équation (4) :

$$\begin{cases} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \underline{b} = \rho \underline{\underline{\ddot{u}}} & \text{en } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} & \text{en } \Omega \\ \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} [\text{grad}(\underline{u}) + \text{grad}(\underline{u})^T] & \text{en } \Omega \\ \underline{u} = \underline{u}_D & \text{en } \Gamma_D \\ \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{t}_N & \text{en } \Gamma_N \\ \text{Conditions de contact HSM} & \text{en } \Gamma_C \end{cases} \quad (4)$$

$\underline{b}$  étant la force volumique,  $\underline{\underline{\sigma}}$  le tenseur des contraintes,  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  le tenseur des déformations infinitésimales,  $\underline{\underline{C}}$  le tenseur de comportement,  $\underline{u}_D$  les déplacements prescrits et  $\underline{t}_N$  les forces de surface prescrites.

## 2.2 Formulation faible

Pour la formulation faible du problème, on introduit les espaces des solutions et des fonctions tests pour chacun des corps ;  $\underline{u}_1(t)$ ,  $\underline{u}_2(t)$  désignent les déplacements pour les corps  $B_1$ ,  $B_2$  et  $\underline{v}_1(t)$ ,  $\underline{v}_2(t)$  les fonctions tests pour les corps  $B_1$ ,  $B_2$ . Ces variables appartiennent aux espaces suivants :

$$\begin{aligned} U_1 &= \{ \underline{u}_1 | \underline{u}_1 \in H^1(\Omega_1), \underline{u}_1 = \underline{u}_{D_1} \text{ en } \Gamma_{D_1} \} \\ U_2 &= \{ \underline{u}_2 | \underline{u}_2 \in H^1(\Omega_2), \underline{u}_2 = \underline{u}_{D_2} \text{ en } \Gamma_{D_2} \} \\ U_1^0 &= \{ \underline{v}_1 | \underline{v}_1 \in H^1(\Omega_1), \underline{v}_1 = 0 \text{ en } \Gamma_{D_1} \} \\ U_2^0 &= \{ \underline{v}_2 | \underline{v}_2 \in H^1(\Omega_2), \underline{v}_2 = 0 \text{ en } \Gamma_{D_2} \} \end{aligned} \quad (5)$$

On introduit également l’espace des multiplicateurs de Lagrange à l’interface de contact noté  $M$ , correspondant à l’espace dual à l’espace trace des déplacements à l’interface.

Le principe des puissances virtuelles pour les problèmes de dynamique transitoire peut être écrit pour les deux sous-domaines :  $\forall t \in [0, T]$ , trouver  $\underline{u}_1(t) \in U_1$ ,  $\underline{u}_2(t) \in U_2$ ,  $\underline{\lambda}(t) \in M$ , tel que l’on satisfasse la forme faible suivante  $\forall \underline{v}_1 \in U_1^0$ ,  $\forall \underline{v}_2 \in U_2^0$ ,  $\forall \underline{\mu} \in M$  :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_1} \rho_1 \underline{v}_1 \cdot \underline{\ddot{u}}_1 d\Omega + \int_{\Omega_1} \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{v}_1) : \underline{\underline{\sigma}}_1 d\Omega + \int_{\Omega_2} \rho_2 \underline{v}_2 \cdot \underline{\ddot{u}}_2 d\Omega + \int_{\Omega_2} \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{v}_2) : \underline{\underline{\sigma}}_2 d\Omega \\ &= \int_{\Omega_1} \underline{v}_1 \cdot \underline{b}_1 d\Omega + \int_{\Omega_2} \underline{v}_2 \cdot \underline{b}_2 d\Omega + \int_{\Gamma_{N_1}} \underline{v}_1 \cdot \underline{g}_{N_1} d\Gamma + \int_{\Gamma_{N_2}} \underline{v}_2 \cdot \underline{g}_{N_2} d\Gamma + \\ & \int_{\Gamma_C} (\underline{v}_2 - \underline{v}_1) \cdot \underline{\lambda} d\Gamma + \int_{\Gamma_C} \underline{\mu} \cdot (\underline{\dot{u}}_1 - \underline{\dot{u}}_2) d\Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

avec  $\underline{\lambda}$  le champ des multiplicateurs de Lagrange, et  $\underline{\mu}$  les fonctions tests liées aux multiplicateurs de Lagrange. Les conditions de contact HSM relatives aux vitesses normales sont prescrites sous forme faible via le terme  $\int_{\Gamma_C} \underline{\mu} \cdot (\underline{\dot{u}}_1 - \underline{\dot{u}}_2) d\Gamma$ . Le terme  $\int_{\Gamma_C} (\underline{v}_2 - \underline{v}_1) \cdot \underline{\lambda} d\Gamma$  correspond aux puissances de contact, intervenant dans les équations du mouvement des corps  $B_1$  et  $B_2$ .

### 2.3 Éléments Finis et discrétisation explicite en temps

On introduit la discrétisation spatiale par la Méthode des Éléments Finis. On introduit également un opérateur de restriction  $L_N$  qui sélectionne des degrés de liberté impliqués dans le contact tels que :  $\dot{g}_N = L_N \dot{U}$ , avec le vecteur  $\dot{U}$  qui regroupe les vitesses des deux corps.

A partir de la forme faible du problème dans l'équation (6), il est possible d'écrire les équations discrétisées en espace et en temps selon le schéma explicite des différences centrées sur le pas de temps  $\Delta t = [t_n; t_{n+1}]$ .

$$\begin{cases} M\ddot{U}_{n+1} + C\dot{U}_{n+1/2} + KU_{n+1} = f_{ext,n+1} + f_{cont,n+1} \\ + \text{conditions de contact HSM} \end{cases} \quad (7)$$

avec  $M$  la matrice de masse diagonalisée,  $C$  la matrice d'amortissement,  $K$  la matrice de rigidité,  $f_{ext,n+1}$  les forces externes,  $f_{cont,n+1}$  les forces de contact et  $U_{n+1}$ ,  $\dot{U}_{n+1/2}$  et  $\ddot{U}_{n+1}$  les déplacements, vitesses et accélérations des deux corps.

Pour gérer le contact, on va utiliser l'approche proposée par [1], basée sur la formulation vitesse-impulsion, écrite au temps  $t_{n+3/2}$ . Cette approche est inspirée des travaux de Moreau et Jean [3], [2], [4]. On multiplie d'abord la première expression de l'équation (7) par le pas de temps  $\Delta t$  et on écrit l'accélération sous la forme d'une différence centrée :  $\ddot{U}_{n+1} = \frac{\dot{U}_{n+3/2} - \dot{U}_{n+1/2}}{\Delta t}$ . L'expression suivante est alors obtenue :

$$M\dot{U}_{n+3/2} = M\dot{U}_{n+1/2} + \Delta t (f_{ext,n+1} - C\dot{U}_{n+1/2} - KU_{n+1}) + I_{n+1} \quad (8)$$

avec  $I_{n+1}$  l'impulsion aux paires de noeuds en contact définie par :  $I_{n+1} = \Delta t f_{cont,n+1}$ . Cette formulation permet de traiter les sauts de vitesse lors du premier impact ainsi que les contacts prolongés. Le vecteur d'impact peut être écrit aussi de la façon suivante :

$$I_{n+1} = (L_{N,n+1})^T \lambda_{N,n+3/2} \quad (9)$$

avec  $\lambda_{N,n+3/2}$  les multiplicateurs de Lagrange définis au pas de temps  $n+3/2$  et  $L_{N,n+1}$  l'opérateur de restriction repérant les degrés de liberté impliqués dans le contact selon la direction normale à l'interface. On multiplie l'équation (8) par  $L_{N,n+1} M^{-1}$  pour finalement obtenir le problème dual à l'interface dont les inconnues sont les multiplicateurs de Lagrange :

$$H_N \lambda_{N,n+3/2} = b_{N,n+3/2} \quad (10)$$

avec l'opérateur d'interface noté  $H_N$  et le vecteur du second membre  $b_{N,n+3/2}$  définis ci-dessous :

$$\begin{cases} H_N = L_{N,n+1} M^{-1} (L_{N,n+1})^T \\ b_{N,n+3/2} = -L_{N,n+1} (\dot{U}_{n+1/2} + \Delta t M^{-1} (f_{ext,n+1} - C\dot{U}_{n+1/2} - KU_{n+1})) \end{cases} \quad (11)$$

## 3 Exemples numériques

La méthode de traitement du contact/impact avec les multiplicateurs de Lagrange présentée précédemment est vérifiée dans ce chapitre pour deux cas académiques. Le premier consiste en un système à un degré de liberté constitué d'une masse, accrochée à un ressort, et d'un amortisseur, soumise à une excitation extérieure. La masse subit des impacts contre un obstacle placé sur la trajectoire de son oscillation libre. Pour ce premier cas, deux modélisations vont être traitées. D'abord une simulation d'une accumulation infinie d'impacts entre la masse et l'obstacle. La deuxième modélisation concerne un nombre fini d'impacts. Le second cas académique est celui de deux barres identiques, modélisées en éléments finis 3D, qui s'impactent suivant leur axe longitudinal avec des vitesses opposées. Les résultats numériques, pour chaque cas, seront comparés à une résolution analytique du problème considéré.

### 3.1 Vibration avec impacts d'un ressort amorti

Le système considéré est un oscillateur à un degré de liberté de masse  $m$ , de rigidité  $k$  et d'amortissement  $c$ . La masse est soumise à une force extérieure sinusoidale  $F \cos(\omega t)$ . Elle est susceptible d'entrer

en contact avec un obstacle sur sa trajectoire, comme illustré dans la Figure (2). L'équation à résoudre dans le cas d'une oscillation sans obstacle s'écrit en fonction du déplacement  $x$  :

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_0\dot{x}(t) + \omega_0^2x(t) = \frac{F}{m}\cos(\omega t) = f\cos(\omega t) \quad (12)$$

avec  $\omega_0$ ,  $\xi$  et  $\omega$  respectivement la pulsation propre de l'oscillateur, l'amortissement réduit et la pulsation de la force externe. La rigidité  $k$  et l'amortissement  $c$  sont définis par  $k = m\omega_0^2$  et  $c = 2m\xi\omega_0$ . De plus, une loi de contact avec l'introduction d'un coefficient de restitution est nécessaire pour la résolution du système :

$$x(t) = x_{obstacle} \Rightarrow \dot{x}(t_c^+) = -e\dot{x}(t_c^-) \quad (13)$$

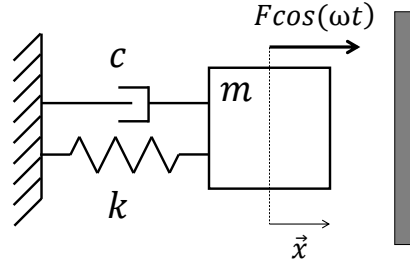


FIGURE 2 – Système masse-ressort avec un obstacle

Les expressions analytiques de ce système se trouvent dans la référence [5].

### 3.1.1 Cas avec accumulation infinie d'impacts

Les paramètres du modèle sont choisis pour simuler un cas avec une accumulation infinie d'impacts. Les valeurs sont issues des travaux de Janin et Laramaque [5]. Les valeurs des paramètres sont :  $\xi = 100\%$ ,  $\omega_0 = 1 \text{ rad}$ ,  $f = 1 \text{ N}$  et  $\omega = 50 \text{ rad}$  et les conditions initiales sont :  $x_0 = -0.8 \text{ m}$ ,  $\dot{x}_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$  et  $x_{obstacle} = -0.8 \text{ m}$ , avec  $x_0$  et  $\dot{x}_0$  les position et vitesse initiales, respectivement. Le coefficient de restitution pour la loi d'impact est pris égal à  $e = 0.5$ .

Les Figures 3(a) et 3(b) comparent les déplacements et vitesses analytiques et numériques avec la méthode présentée précédemment, pour le cas avec accumulation infinie d'impacts. On constate que l'algorithme reste robuste pour ce cas d'accumulation d'impacts, propriété partagée par les schémas de Moreau et Jean, appartenant à la famille des schémas temporels de type "event-capturing".

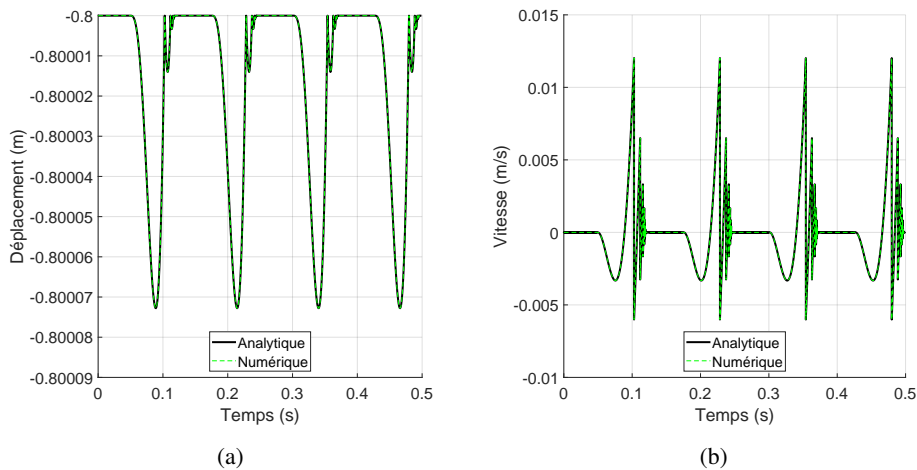


FIGURE 3 – Courbes analytiques et numériques (a) du déplacement et (b) de la vitesse

### 3.1.2 Cas avec un nombre fini d'impacts

Pour avoir un cas avec un nombre fini d'impacts, on choisit les paramètres de l'équation (12) de la façon suivante :  $\xi = 2\%$ ,  $\omega_0 = 2.5 \text{ rad}$ ,  $f = 20 \text{ N}$  et  $\omega = 2.5 \text{ rad}$  avec les conditions initiales suivantes :

$x_0 = 12.4246\text{m}$ ,  $\dot{x}_0 = 44.5069\text{m.s}^{-1}$  et  $x_{obstacle} = 14\text{m}$ , avec  $x_0$  et  $\dot{x}_0$  les position et vitesse initiales, respectivement. Le coefficient de restitution pour la loi d'impact est pris égal à  $e = 0.9$ .

Les Figures 4(a) et 4(b) donnent les résultats analytiques et numériques. Les contacts et rebonds de la masse de l'oscillateur contre le mur sont bien reproduits.

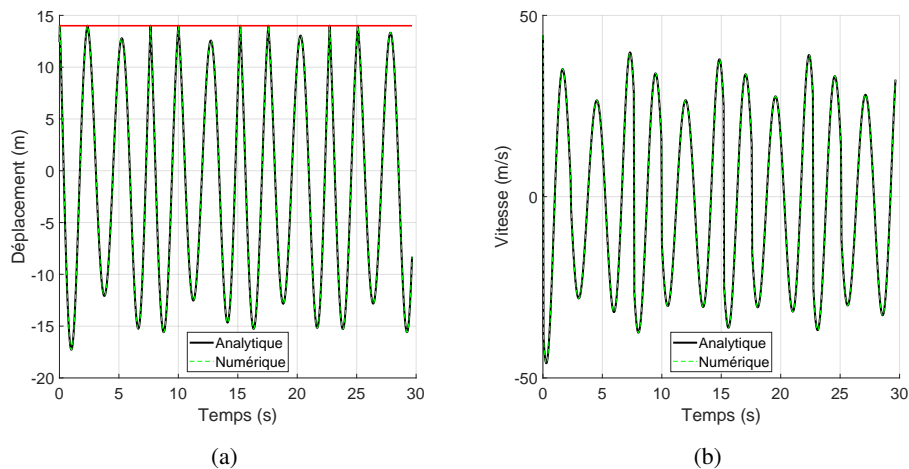


FIGURE 4 – Courbes analytiques et numériques (a) du déplacement et (b) de la vitesse

### 3.1.3 Etude de convergence du schéma DC-Lagrange

Du fait des sauts de vitesse, l'étude de la convergence ne peut se faire avec une norme uniforme [1]. Cela justifie alors l'utilisation de la distance de Hausdorff pour le calcul de l'erreur par rapport à la solution exacte. L'erreur calculée pour l'ensemble des pas de temps considérés est donc la suivante :

$$e_f = \frac{\Delta t \sum_{i=0}^N |f_i - f(t_i)|}{\Delta t \sum_{i=0}^N |f(t_i)|} = \frac{\sum_{i=0}^N |f_i - f(t_i)|}{\sum_{i=0}^N |f(t_i)|} \quad (14)$$

avec  $N$  le nombre de pas de temps dans une discrétisation temporelle donnée,  $f_i$  les résultats numériques et  $f(t_i)$  les valeurs de référence. On applique l'équation (14) aux cas avec accumulation d'impacts et avec un nombre d'impacts fini, afin de constater sur les Figures (5)(a) et (5)(b) la convergence du schéma.

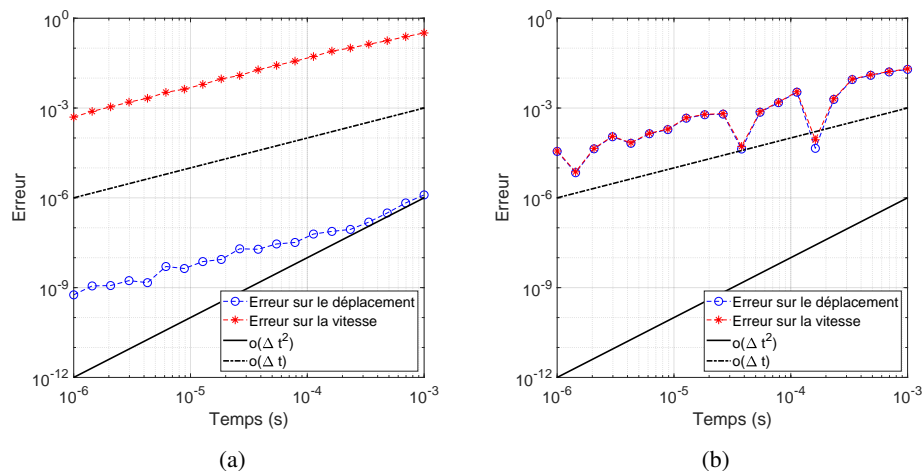


FIGURE 5 – Convergence en déplacement et vitesse pour (a) accumulation d'impacts et (b) nombre fini d'impacts

### 3.2 Contact/impact entre deux barres élastiques

Le deuxième cas pour tester le traitement du contact/impact est un problème classique de la littérature où deux barres élastiques identiques, à la même vitesse initiale et de direction opposée, rentrent en contact. Les barres ont un module de Young  $E = 210\text{MPa}$ , une masse volumique  $\rho = 7800\text{kg/m}^3$ , un coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$ , une longueur  $L = 0.254\text{m}$  et une section carré  $S = 6.4516 \times 10^{-4}\text{m}^2$ . Chacune des barres est discrétisée en 20 éléments 3D de même longueur et on choisit un pas de temps de  $\Delta t = 1.96 \times 10^{-6}\text{s}$ , qui correspond à  $\Delta t = 0.8\Delta t_{crit}$ , où  $\Delta t_{crit}$  désigne le pas de temps de stabilité du schéma des différences centrées (condition CFL). Les Figures (6)(a) et (6)(b) montrent les courbes analytique et numérique de la vitesse et de la force, respectivement.

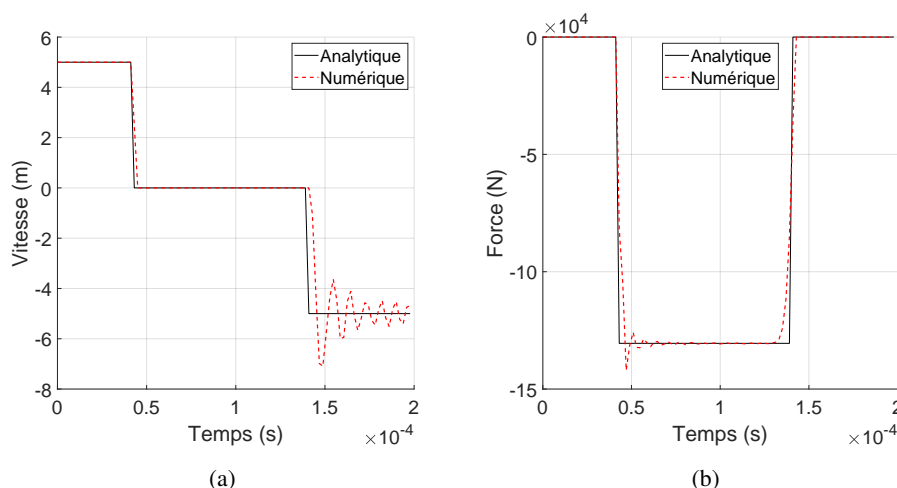


FIGURE 6 – Courbes analytiques et numériques (a) de la vitesse et (b) de la force

On observe des oscillations sur la force et la vitesse au moment de la séparation des deux barres suite au contact, tandis que les quantités à l'impact et pendant le contact paraissent beaucoup plus lisses. Une discrétisation plus fine permet de converger au sens de la norme de Hausdorff comme montré dans le cas d'élément finis 1D par [1].

### 3.3 Entreoquement entre deux structures

Des simulations initiales ont été faites sur deux structures du génie civil, testées dynamiquement sur la table vibrante AZALEE [6]. Pour ces premiers tests, on considère les essais avec une distance suffisante pour que les structures ne s'entrechoquent pas. La structure 1 est plus lourde et moins rigide (poteaux moins rigides) que la structure 2. Les maillages des structures 1 et 2 sont illustrés dans les Figures (7)(a) et (7)(b). Les dalles sont modélisées par des éléments finis 3D car on souhaite reproduire au mieux la propagation des ondes de la zone d'impact à la zone de la structure où un équipement serait potentiellement ancré.

Une excitation sinusoïdale est appliquée aux pieds des structures pour un premier calcul (excitation idéale, non testée dans les essais sur la table vibrante AZALEE). Les déplacements et vitesses de la dalle du deuxième étage ont été calculés pour ce premier cas sans entrechoquement (Figures (8)(a), (8)(b)).

Des calculs sont en cours avec des excitations sismiques et des entrechoquements entre les structures afin de les comparer aux résultats expérimentaux.

## 4 Conclusion

L'approche présentée en [1] a été testée sur deux exemples académiques : un cas d'oscillateur qui impacte un obstacle, avec un nombre fini et infini d'impact, ainsi que des barres qui s'impactent, modélisées par des éléments finis 3D. L'objectif est de reproduire le comportement de structures en béton armé qui s'impactent au niveaux de leurs dalles en béton. En particulier, sont visées les phénomènes d'impact et de propagation d'ondes dans la structure afin de caractériser au mieux l'excitation aux pieds des équipements.

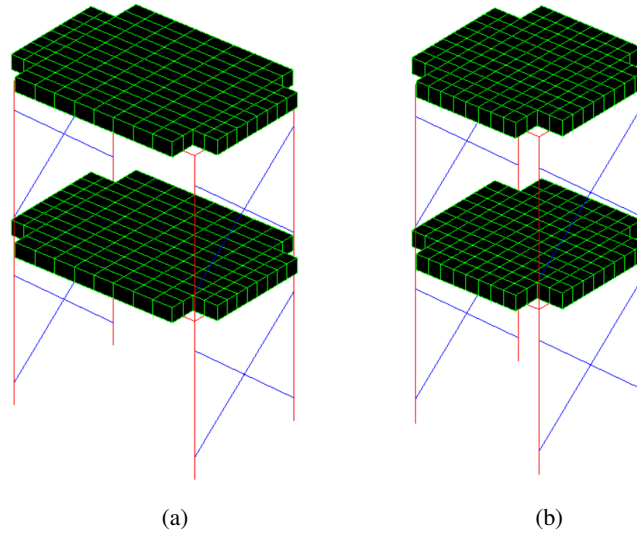


FIGURE 7 – Géométrie des structures (a) 1 et (b) 2

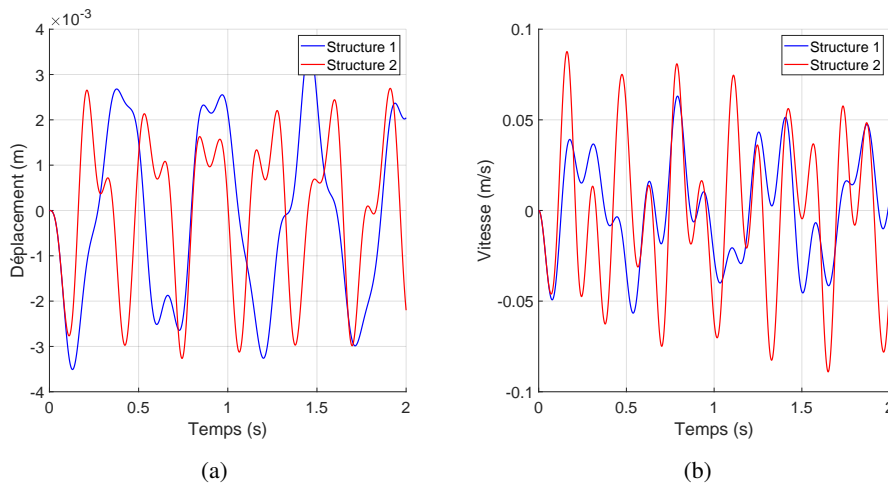


FIGURE 8 – Réponses moyennes du deuxième étage : (a) Déplacement et (b) vitesse

## 5 Références bibliographiques

### Références

- [1] Fatima-Ezzahra Fekak, Michael Brun, Anthony Gravouil, and Bruno Depale. A new heterogeneous asynchronous explicit–implicit time integrator for nonsmooth dynamics. *Computational Mechanics*, 60(1) :1–21, 2017.
- [2] Jean-Jacques Moreau. Numerical aspects of the sweeping process. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 177 :329–349, 1999.
- [3] Jean-Jacques Moreau. Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics. In *Nonsmooth mechanics and Applications*, pages 1–82. Springer, 1988.
- [4] Jean-Jacques Moreau. Numerical aspects of the sweeping process. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 177 :329–349, 1999.
- [5] Olivier Janin and Claude-Henri Lamarque. Comparison of several numerical methods for mechanical systems with impacts. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 51(9) :1101–1132, 2001.
- [6] Vincent Crozet, Ioannis Politopoulos, and Thierry Chaudat. Shake table test of large scale structures subject to pounding. In *16th European Conference on Earthquake Engineering*, 06 2018.