

# Modélisation de la rupture ductile par approche locale

S. Kebiri<sup>1</sup>, M. Bourgeois<sup>1</sup>, F. Di Paola<sup>1</sup>, H. Maitournam<sup>2</sup>

<sup>1</sup> CEA Saclay, {safwane.kebiri,myriam.bourgeois,francois.dipaola}@cea.fr

<sup>2</sup> IMSIA, habibou.maitournam.ensta-paristech.fr

---

**Résumé** — Ce travail propose une méthodologie pour la simulation par éléments finis de la rupture ductile par approche locale. Deux problèmes numériques inhérents à ce type de modèle (dépendance au maillage et gestion des éléments endommagés) sont examinés, et une solution leur est apportée.

**Mots clés** — Mécanique de la rupture, Rupture ductile, Propagation de fissures, Approche locale, Comportement non-linéaire, Régularisation, 3D, Suppression d'éléments.

---

## 1 Introduction

Les travaux présentés ici s'inscrivent dans le contexte d'une demande industrielle au sein même du service d'Etudes Mécaniques et Thermiques (SEMT) du CEA. Les simulations en mécanique de la rupture, et notamment la propagation de fissure, sont au cœur des travaux menés par le Laboratoire d'Intégrité des Structures et de Normalisation (LISN). En effet ce laboratoire a pour principale mission de réaliser des essais mécaniques de l'échelle de l'éprouvette à celle de la structure industrielle sur des thématiques en rapport avec la mécanique de la rupture et la propagation de fissure. Pour l'analyse et le dimensionnement de ces essais il est indispensable d'être capable de modéliser de façon précise les phénomènes étudiés. Plus précisément, dans le cadre de scénarios accidentels, les matériaux composant la tuyauterie du circuit primaire doivent avoir un comportement suffisamment ductile. Lors de l'apparition d'un défaut, sa propagation instable pouvant conduire à une rupture complète de la section d'une tuyauterie est à proscrire. Il doit d'abord traverser l'épaisseur du tuyau pour induire une fuite détectable. La fissure doit donc se propager de manière ductile de part et d'autre du défaut traversant. Dans ce cadre de fuite avant rupture, il est nécessaire d'assurer la tenue mécanique des composants, et en particulier des zones sensibles telles que les jonctions soudées. Le but de ce travail est de proposer un modèle éléments finis capable de prédire la rupture ductile en présence de grandes déchirures (de l'ordre du cm), de bifurcations possibles du chemin de fissuration, en 3 dimensions et en présence de plusieurs matériaux. Dans un premier temps, un état de l'art des modèles d'approche locale sera présenté. Dans un second temps, des problèmes numériques inhérents à ce type de modèle seront développés, ainsi que les solutions apportées.

## 2 Modélisation de la rupture ductile par approche locale

### 2.1 Modèles locaux

Historiquement, le modèle de Rice et Tracey [1], ainsi que ceux qui se sont basés dessus, ne font pas apparaître explicitement la densité volumique de cavités alors qu'elle est physiquement déterminante pour la caractérisation de la rupture ductile des métaux, notamment la coalescence des cavités.

La rupture ductile fait de ce fait apparaître une porosité non négligeable, ce qui s'est traduit par l'apparition des modèles de Rousselier [2] et de Gurson [3]. Par la suite, Tvergaard et Needleman ont intégré la coalescence ainsi que la germination des cavités dans le modèle de Gurson [4], ce qui a produit le modèle de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN).

## 2.2 Limites des modèles GTN et Rousselier

L'utilisation de modèles de rupture ductile par approche locale tels que le modèle de Rousselier ou le modèle GTN fait apparaître des problèmes numériques. Dans ce type de lois, l'écoulement plastique est quasi-incompressible, puisque le seul facteur de compressibilité est la croissance de cavités. Or, lors de la simulation par éléments finis en milieu incompressible ou quasi-incompressible, du verrouillage volumique peut apparaître, notamment lorsque la triaxialité est élevée. De plus, le caractère local de ces modèles entraîne une forte dépendance au maillage, ce qui affecte grandement leur robustesse.

De ce fait, les modèles GTN et Rousselier ont fait l'objet de nombreuses modifications durant les 10 dernières années. Samal a notamment régularisé à la fois les modèles de Rousselier [5], mais également le modèle GTN [6], dans les deux cas en utilisant une méthode de régularisation à gradient implicite. Des travaux similaires sur le modèle GTN ont été menés par Linse [7] et par Huetter [8] en utilisant la même méthode. Enakoutsu et Leblond ont régularisé le modèle GTN par cinématique enrichie [9] en développant une approche micromorphe, du même type que ce que décrit Forest dans [10].

Huespe [11] a également régularisé le modèle GTN par gradient implicite, et a traité le verrouillage numérique en utilisant des éléments à intégration sélective. Enfin, Lorentz [12] a régularisé le modèle de Rousselier par énergie enrichie, en traitant le verrouillage par une formulation mixte, plus coûteuse en temps de calcul mais plus robuste que les éléments à intégration sélective.

## 3 Mise en évidence et traitement des problèmes numériques

### 3.1 Dépendance au maillage

**Introduction** Lors de l'étude des modèles de rupture ductile par approche locale, il apparaît une dépendance au maillage due au caractère local de ces modèles. En effet, dans les modèles tels que le GTN ou le modèle de Rousselier, on peut observer une localisation de l'endommagement et de la déformation plastique dans des zones de l'épaisseur d'un élément. La largeur de cette localisation dépend donc entièrement du maillage. Ce phénomène entrave de façon importante la robustesse des modèles de rupture ductile par approche locale. Afin d'empêcher cette localisation, il faut ajouter à ces modèles locaux une information non-locale. La solution la plus adaptée et largement utilisée est la régularisation non-locale.

Le logiciel éléments finis du CEA Cast3M [13] permet de simuler la rupture ductile par approche locale, notamment avec les modèles de Rousselier et GTN.

#### 3.1.1 Simulations d'éprouvettes CT avec modèles locaux

Des calculs ont été effectués à différentes tailles de maille en pointe de fissure, en 2D déformations planes. Le maillage d'une demi-éprouvette avec une taille de maille en pointe de fissure de  $100\mu\text{m}$  est présenté sur la figure 1. Un déplacement vertical est imposé au point A, une condition de symétrie par rapport à l'axe  $x$  est imposée sur la ligne rouge (condition symétrie). La ligne verte correspond à la pré-fissure de fatigue. La quantité mesurée est l'ouverture de l'éprouvette, notée CMOD pour Crack Mouth Opening Displacement, en fonction de la force (le résultante verticale au point A).

Des simulations de ces éprouvettes CT pour différentes tailles de maille, allant de  $100$  à  $500\mu\text{m}$ , ainsi que pour différents types d'éléments, à savoir linéaire et quadratique, élément classique ou à intégration sélective.

Ces calculs ont été effectués en utilisant le modèle de Rousselier et le modèle GTN, avec un jeu de paramètres identifiés grâce aux simulations sur éprouvettes axisymétriques entaillées (AE), comparées à des résultats expérimentaux. Cependant, ces identifications restent discutables, puisqu'elles diffèrent selon la taille de maille choisie. Les résultats suivants permettront d'effectuer une première analyse et de mettre en évidence des phénomènes numériques, mais n'ont pas vocation à fixer des paramètres définitifs.

Les résultats sont rassemblés dans des graphes représentant la force en fonction de l'ouverture CMOD. Le jeu de paramètres utilisés pour le modèle GTN est détaillé dans la table 1.

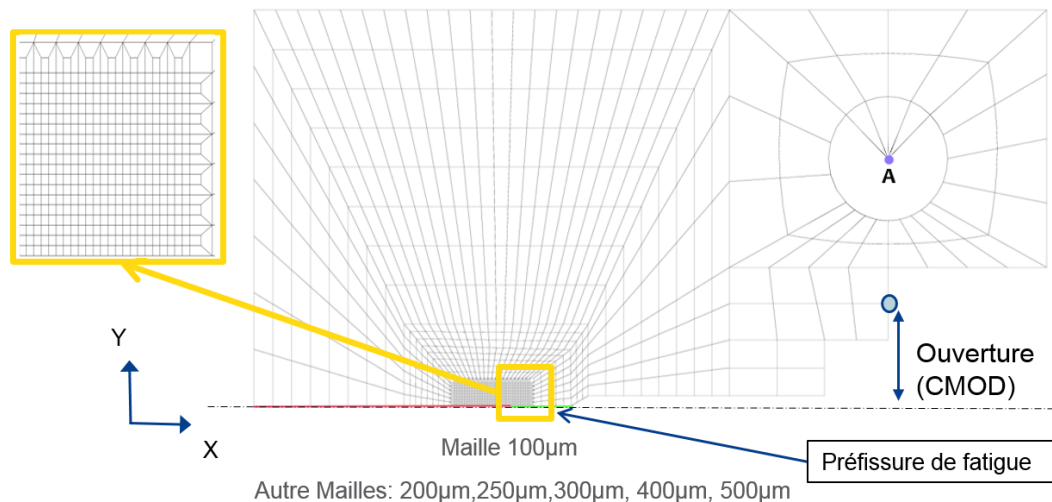


FIGURE 1 – Maillage d'éprouvette CT et conditions aux limites

germination	croissance	coalescence
$f_n = 0,005$	$q_1 = 1.5$	$f_0 = 0$
$p_n = 0,18$	$q_2 = 1$	$f_c = 0,15$
$s_n = 0,1$		$f_F = 0,3$
		$f_u = \frac{1}{q_1} = 0,6$

TABLE 1 – Paramètres du modèle GTN identifiés sur essais et calculs d'éprouvettes AE

Les calculs ont permis de mettre en évidence la dépendance au maillage de ces modèles locaux. Dans la Figure (2) sont comparées les courbes force-ouverture obtenues avec différentes tailles de maille avec des éléments quadrangle quadratiques (QUA8), ainsi que le résultat expérimental en pointillés. On observe que plus la taille de maille est faible, plus la courbe se rapproche de la courbe expérimentale, ce qui tend à faire penser que la taille de maille correcte pour le modèle GTN avec ce jeu de paramètres est plus faible que  $100\mu m$ . Notons que la taille de maille correcte dépend aussi du jeu de paramètres choisis, si bien qu'il n'est pas nécessaire de la chercher tant que l'identification des paramètres n'est pas certaine.

Que ce soit pour le modèle GTN ou Rousselier, les simulations sur éprouvettes CT en utilisant les modèles locaux montrent une forte dépendance au maillage pour un jeu de paramètres donné. Cela implique que, pour pouvoir effectuer des simulations à l'échelle de la structure, il est nécessaire d'avoir une taille de maille constante en pointe de fissure. Or, nous avons observé que cette taille de maille doit être assez faible, et le trajet de fissuration n'est pas connu a priori. Il faudrait donc mailler une zone importante en 3D très finement, ce qui conduirait à une durée de calcul prohibitive.

Dans la littérature, plusieurs façons de régulariser les modèles locaux ont été explorées. On peut distinguer des catégories : La régularisation par convolution, la régularisation à gradient, la régularisation par énergie enrichie ainsi que la régularisation à cinématique enrichie. Dans la catégorie régularisation par gradient, le gradient implicite sera préféré au gradient explicite pour des raisons de stabilité numérique.

### 3.1.2 Régularisation par gradient implicite

Il s'agit d'une méthode très répandue, dont l'application aux modèles locaux de rupture ductile se retrouve notamment dans les travaux de Linse [7], Huetter [8] ainsi que Samal [6]. Cette méthode consiste à ajouter une nouvelle inconnue qui correspond à une variable interne régularisée. Pour une variable

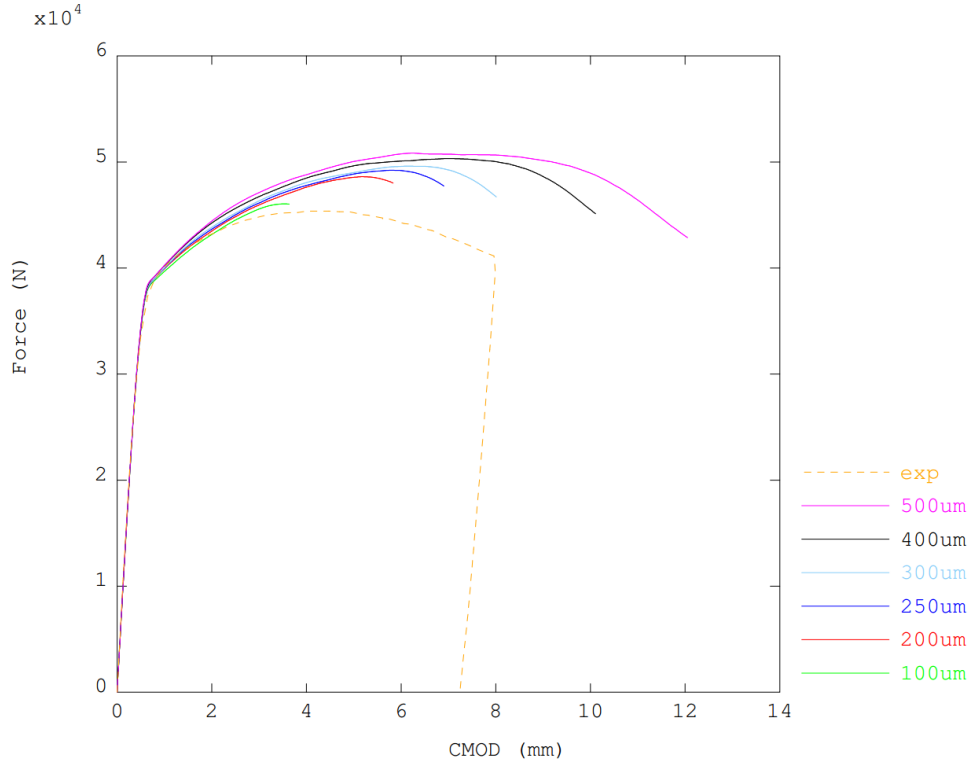


FIGURE 2 – Force / ouverture pour diff tailles de maille, modèle GTN, élément quadratique QUA8

interne  $\alpha$  choisie, on définit l'inconnue non-locale  $\alpha_{nl}$ , que l'on relie à  $\alpha$  par l'équation suivante, à laquelle est ajoutée une condition limite de Neumann sur  $\alpha_{nl}$  :

$$\alpha_{nl} - c^2 \nabla^2 \alpha_{nl} = \alpha \quad (1)$$

$$\nabla \alpha_{nl} \cdot n = 0 \text{ sur } \partial\Omega \quad (2)$$

Afin de prendre en compte la régularisation, nous avons implémenté une procédure. A chaque pas de calcul, elle s'articule comme suit :

- Résolution de l'équilibre mécanique
- Appel à la loi de comportement
- Résolution de l'équation de régularisation :  $\alpha_{nl} - c^2 \nabla^2 \alpha_{nl} = \alpha$
- Nouvel appel à la loi de comportement en substituant  $\alpha$  par  $\alpha_{nl}$

### 3.1.3 Simulations

Une procédure de régularisation par gradient implicite a été implémentée dans Cast3M, qu'il nous faut valider par des simulations afin de tester la dépendance au maillage. Des simulations sur éprouvettes CT en 2D ont donc été menées en utilisant la procédure de régularisation avec le modèle GTN, en utilisant une longueur caractéristique égale à 0,4 mm, en utilisant les mêmes maillages et paramètres qu'au paragraphe 3.1.1.

Sur la figure 3, on peut voir que la dépendance au maillage est toujours présente, bien que légèrement réduite. Cela suggère que l'identification du modèle régularisé, qui a été reprise de celle du modèle GTN local, n'est plus valable avec une longueur caractéristique de 0,4 mm. De plus, des calculs avec des tailles de mailles plus petites seront menés afin de pouvoir explorer le comportement du modèle avec des longueurs caractéristiques plus faibles, qui correspondent plus à ce que fournit la littérature à ce sujet.

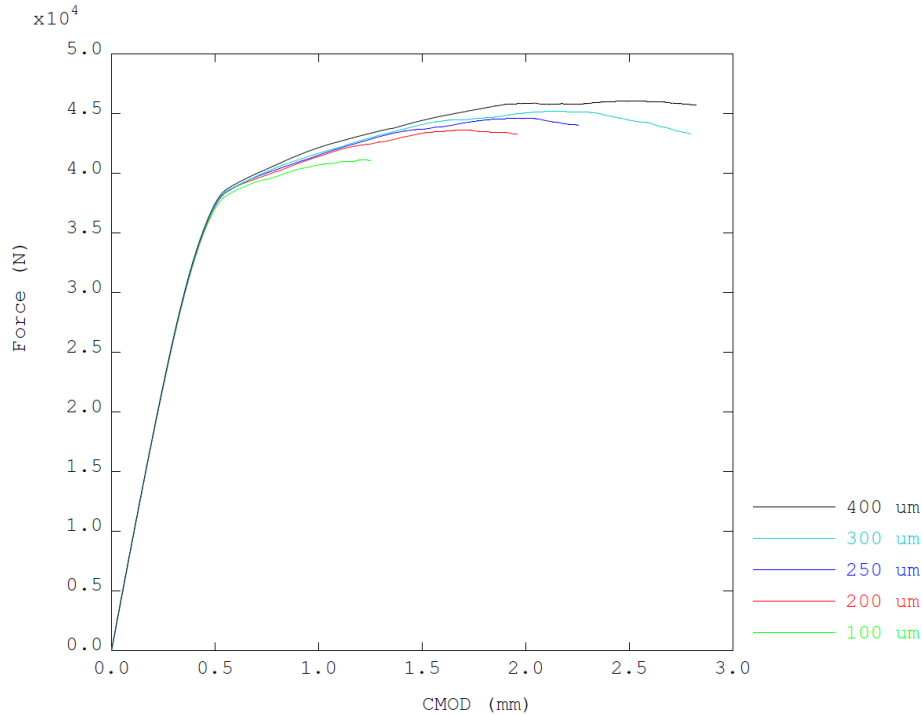


FIGURE 3 – Force / ouverture pour diff tailles de maille, modèle GTN régularisé,  $\sqrt{c} = 0.4mm$

### 3.2 Gestion des éléments endommagés

Un autre problème qui s'est présenté dans l'utilisation des modèles GTN et Rousselier est la gestion des éléments endommagés. En effet, la fissure y est modélisée par la perte de résistance d'éléments endommagés, ce qui conduit à des déformations importantes près de la pointe de fissure. Cela a pour effet de faire diverger le calcul lorsque dans un élément le jacobien de la transformation devient négatif lorsque deux arêtes de cet éléments entrent en contact. Il est donc nécessaire de traiter ce problème pour pouvoir simuler de longues propagations de fissures en milieu ductile.

Une possibilité est de simplement supprimer les éléments endommagés. Cette méthode est possible car le fait de supprimer un élément totalement endommagé n'affecte pas l'énergie du système. Cette méthode présente l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre car elle fonctionne de la même manière en 2D et en 3D. Nous avons donc implémenté une procédure de suppression d'éléments endommagés dans Cast3M, via une procédure Gibiane. Pour chaque modèle (GTN et Rousselier), un critère basé sur une valeur critique de la variable d'endommagement a été déterminé pour supprimer les éléments. Des simulations ont été menées dans un premier temps en 2D, toujours sur éprouvettes CT, afin de tester cette procédure. Puis, des simulations en 3D ont été effectuées, et seront poursuivies.

#### Simulations d'éprouvettes CT en 3D

En utilisant les mêmes paramètres que ceux utilisés en 2D, des simulations d'éprouvettes CT en 3D ont été menées en utilisant le modèle de Rousselier avec la procédure de suppression d'éléments endommagés. La procédure supprime les éléments dont tous les points de Gauss ont franchi une valeur seuil d'endommagement en les retirant du modèle. Nous avons pu observer dans des simulations qui ne sont pas présentées dans ce document que cette procédure permettait une propagation sur des longueurs bien plus élevées que précédemment en 2D, ainsi qu'en 3D. On présente ci-après les résultats de cette technique sur un calcul 3D de rupture d'éprouvette CT avec un modèle de Rousselier. Sur la figure 4 une propagation de l'ordre de 4 mm est atteinte, ce qui correspond à la valeur expérimentale de l'avancée

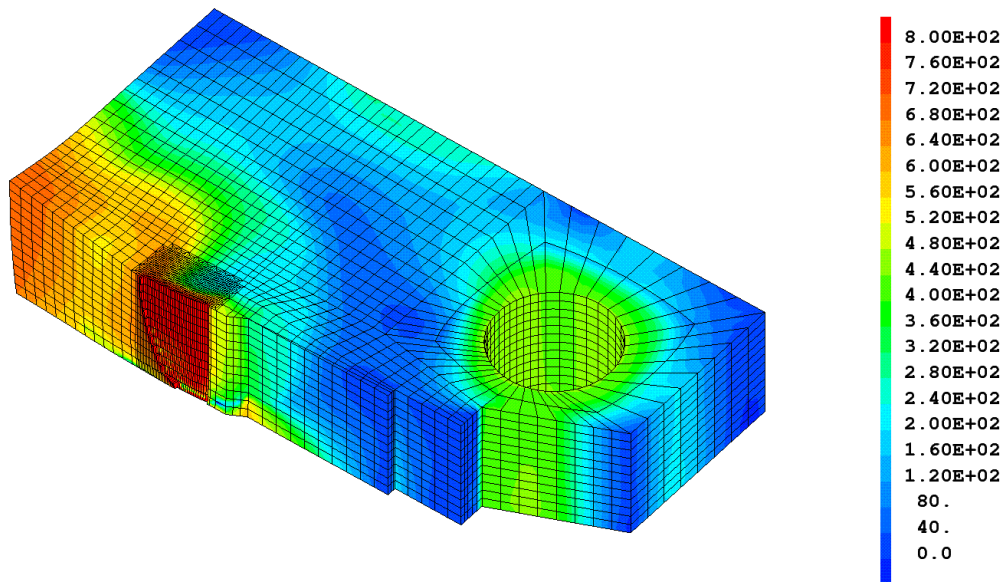
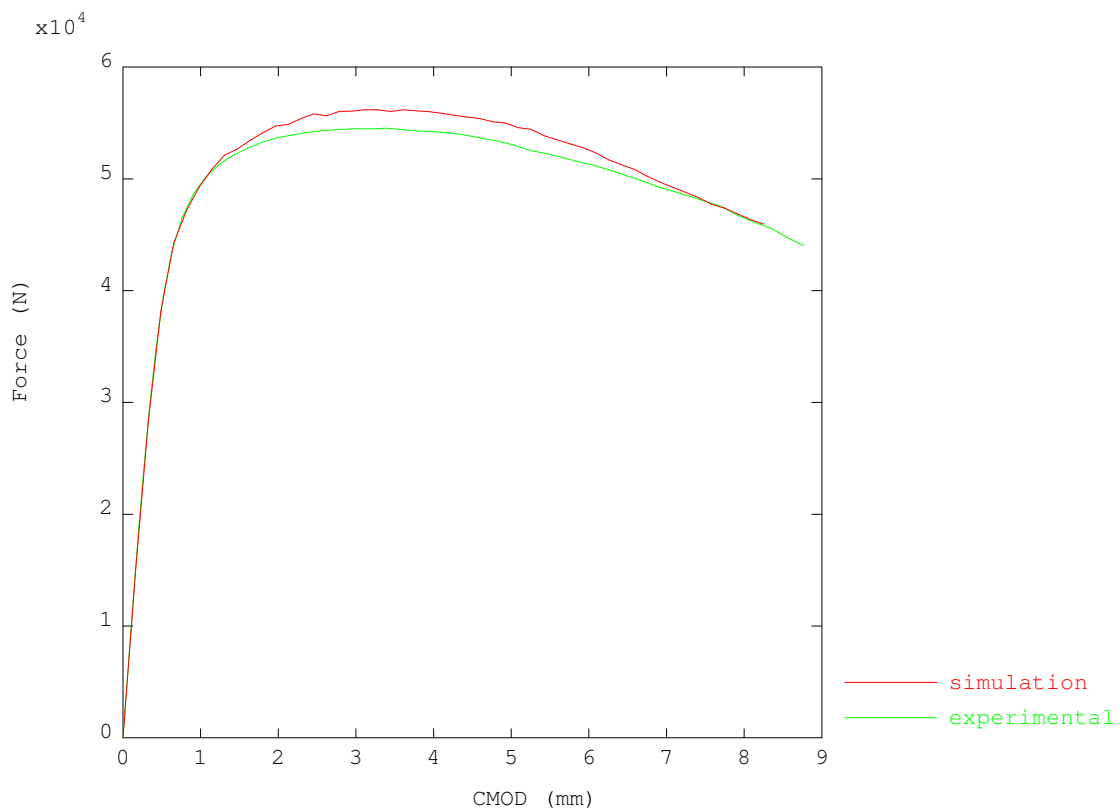


FIGURE 4 – Contrainte de von Mises (MPa) d’un essai de rupture sur éprouvette CT en 3D, modèle de Rousselier avec suppression d’éléments endommagés



Force ouverture, comparaison experimental numerique

FIGURE 5 – Evolution de la force en fonction de l’ouverture, modèle de Rousselier identifié

de fissure. De plus, la forme de la fissure obtenue correspond aux observations expérimentales, à savoir que le front est en forme d’arc de cercle, et que la propagation est plus importante au centre du front que sur les côtés. La courbe force / ouverture présentée figure 5, est relativement proche de la courbe

expérimentale, en tenant compte de la dispersion de matière que présente la soudure. Cela montre que le fait de supprimer des éléments n'entrave pas de façon importante le résultat à l'échelle de la structure et permet de reproduire assez fidèlement ce qui se produit expérimentalement.

La limite principale de cette procédure réside dans le fait qu'elle crée une dépendance au maillage supplémentaire, ce qui conduit à conclure qu'une perspective d'évolution serait de combiner la suppression d'éléments endommagés avec la régularisation, afin de répondre à l'exigence de robustesse.

## 4 Conclusion

Après avoir examiné en détail la dépendance au maillage et son traitement dans la littérature, une régularisation par gradient implicite de l'endommagement ou de la déformation plastique cumulée a été choisie et implémentée. La gestion des éléments endommagés est faite par suppression de ces derniers, méthode qui a été appliquée aussi bien en 2D qu'en 3D. Les résultats des premières simulations avec régularisation de la variable d'endommagement suggèrent qu'une nouvelle identification, en utilisant des tailles de maille plus faibles doit être effectuée afin de pouvoir valider ce modèle. Enfin, une perspective serait de combiner les méthodes de régularisation avec la suppression d'éléments endommagés ce qui permettrait de simuler de façon robuste des propagations de fissures de l'ordre du cm.

## Références

- [1] J. R. Rice and D. M. Tracey. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 17(3) :201–217, June 1969.
- [2] G. Rousselier. Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. *Nuclear Engineering and Design*, 105(1) :97–111, December 1987.
- [3] A. L. Gurson. Porous rigid-plastic materials containing rigid inclusions - yield function, plastic potential, and void nucleation a2 - taplin, d.m.r. In *The Physical Metallurgy of Fracture*, pages 357–364. Pergamon, 1978.
- [4] V. Tvergaard and A. Needleman. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica*, 32(1) :157–169, January 1984.
- [5] M. K. Samal, M. Seidenfuss, E. Roos, B. K. Dutta, and H. S. Kushwaha. Finite element formulation of a new nonlocal damage model. *Finite Elements in Analysis and Design*, 44(6) :358–371, April 2008.
- [6] M. K. Samal, M. Seidenfuss, and E. Roos. A new mesh-independent rousselier's damage model : Finite element implementation and experimental verification. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(8) :619–630, August 2009.
- [7] T. Linse, G. Hütter, and M. Kuna. Simulation of crack propagation using a gradient-enriched ductile damage model based on dilatational strain. *Engineering Fracture Mechanics*, 95(Supplement C) :13–28, November 2012.
- [8] Geralf Hütter, Thomas Linse, Uwe Mühlich, and Meinhard Kuna. Simulation of ductile crack initiation and propagation by means of a non-local gurson-model. *International Journal of Solids and Structures*, 50(5) :662–671, March 2013.
- [9] Koffi Enakoutsa and Jean-Baptiste Leblond. Numerical implementation and assessment of the glpd micromorphic model of ductile rupture. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 28(3) :445–460, May 2009.
- [10] Forest Samuel. Micromorphic approach for gradient elasticity, viscoplasticity, and damage. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(3) :117–131, March 2009.
- [11] A. E. Huespe, A. Needleman, J. Oliver, and P. J. Sánchez. A finite strain, finite band method for modeling ductile fracture. *International Journal of Plasticity*, 28(1) :53–69, January 2012.
- [12] E. Lorentz, J. Besson, and V. Cano. Numerical simulation of ductile fracture with the rousselier constitutive law. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(21) :1965–1982, April 2008.
- [13] *Cast3M. Finite Element software developed by the french Atomic Energy Center (CEA)*. [www-cast3m.cea.fr](http://www-cast3m.cea.fr), 2017.