

Sous-structuration statique et dynamique appliquée aux modèles de zone cohésive : Application à la rentrée atmosphérique d'un véhicule

S. Petrowiste^{1,2}, L. Stainier¹, Julien Annaloro²

¹ *GeM, Ecole Centrale Nantes, {steven.petrowiste, laurent.stainier}@ec-nantes.fr*

² *Centre National d'Études Spatiales, Julien.Annaloro@cnes.fr*

Résumé — Ce travail a pour objectif de développer une approche permettant de réaliser des calculs de fragmentation à moindre coût. On présente ici un couplage entre la synthèse modale, combinant sous-structuration et recombinaison modale au niveau de chaque sous-structure, et une description de la fissuration par approche cohésive, c'est-à-dire l'utilisation d'un critère énergétique sur des chemins de fissuration pré-déterminés. Des exemples académiques montrent les gains de performance potentiels offerts par cette approche.

Mots clés — Code_Aster, sous-structuration, méthode de Ritz, recombinaison modale, Craig-Bampton, modèle de zone cohésive, loi cohésive régularisée.

1 Introduction

1.1 Contexte

En France, tout opérateur de lancement ou de satellite doit obtenir de la part de l'État une autorisation préalable à toute opération. Le rôle du CNES est notamment de vérifier la conformité à la réglementation technique nationale et de transmettre son avis au ministre. Pour cela le CNES doit *développer des moyens permettant d'assurer le contrôle conformité*.

L'analyse de la ré-entrée atmosphérique contrôlée ou incontrôlée des objets envoyés dans l'espace et sa traduction en terme de risque au sol est donc devenue une condition préalable à l'obtention des autorisations de lancement. La prédiction fine du moment et des modes de ruine de ces objets lors de leurs ré-entrées atmosphériques reste actuellement un problème ouvert. Des hypothèses margeantes sont donc prises dans les calculs de contrôle conformité, pénalisant ainsi les projets qui seront lancés après 2020 en leur imposant des règles sur le design qui sont probablement sur-contraignantes.

1.2 La rentrée atmosphérique

Comme cela a pu être constaté lors de la ré-entrée atmosphérique du satellite d'observation de la Terre UARS ou encore celle de la station spatiale chinoise Tiangong 1, il est encore impossible de prévoir précisément les zones d'impact et l'état dans lequel les débris spatiaux arrivent au sol. La modélisation de la rentrée atmosphérique est un travail rendu difficile par plusieurs aspects :

- Complexité et grand nombre de phénomènes physiques interagissant.
- Difficulté d'établir des modélisations mathématiques représentatives de la réalité physique rencontrée.
- Incertitudes sur les conditions initiales de rentrée.

Pour la simulation du processus de fragmentation, dans le domaine de la rentrée atmosphérique en particulier, on distingue trois familles de code de calcul (voir figure 1) :

- les **codes orientés objet** (OOC pour *Object-Oriented Codes*),
- les **codes orientés véhicule** (SOC pour *Spacecraft-Oriented Codes*),
- les **codes haute-fidélité**.

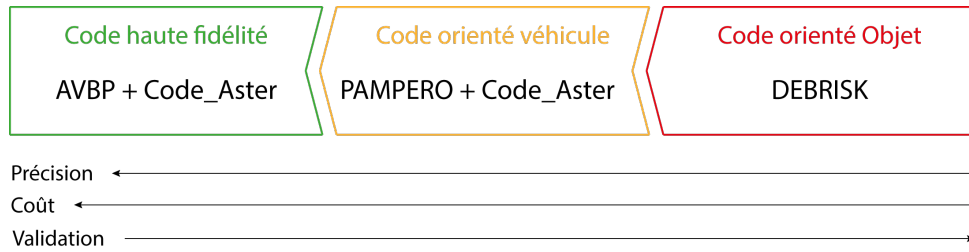


FIGURE 1 – Classification des codes de calcul en rentrée atmosphérique

1.2.1 DEBRISK et les codes haute fidélité

DEBRISK est actuellement le seul outil utilisé par le CNES pour traiter la rentrée atmosphérique des véhicules. Il s’agit d’un code orienté objet c’est-à-dire qu’il considère uniquement les éléments du véhicule de manière individuelle [1]. De plus, ces éléments sont décrits à l’aide de formes volumiques simples (pavé, boule, ...). DEBRISK fait appel à une hypothèse très forte : il suppose qu’à une altitude de 78km le véhicule se décompose en ses éléments constitutifs. On traite ensuite séparément chaque élément sans interaction possible les uns avec les autres. En d’autres termes l’analyse de la rentrée d’un véhicule complet est réduit à l’analyse de ses parties les plus critiques.

Le CNES collabore aussi avec le CERFACS sur le code CFD haute fidélité AVBP couplé avec le Code_Aster. Bien que cette solution présente une grande précision, le coût en terme de temps de calcul reste beaucoup trop important pour envisager l’utilisation de ce genre de code comme un outils de certification en production.

1.2.2 PAMPERO

Le CNES a commencé à développer un code de calcul plus précis et prédictif que DEBRISK et moins coûteux que la solution AVBP+Code_Aster : PAMPERO [2] [3]. Sur la base d’un modèle 6 degrés de liberté, PAMPERO est aujourd’hui capable de calculer l’attitude d’un véhicule dans l’espace c’est-à-dire son orientation ainsi que sa trajectoire. Il permet aussi d’avoir une approximation des flux de chaleur et des champs de pression sur les parois. C’est un outil de calcul thermique par différences finies capable de tenir compte des différents régimes d’écoulement autour du véhicule en fonction de son altitude et aussi capable de prendre en compte le changement de phase, c’est-à-dire l’ablation sur un critère thermique.

D’un point de vue mécanique le choix a été fait pour l’instant de se limiter à une description volumique tri-dimensionnelle et de privilégier le cadre de la mécanique des milieux continus à celui de la mécanique des structures. On décompose le mouvement du véhicule opérant une rentrée atmosphérique en un mouvement de corps rigide (translation plus rotation) superposé à des déformations. Les déformations vont typiquement rester limitées, permettant des simplifications notables dans les équations du problème : c’est l’approche corotationnelle. On se place dans un repère tournant et on applique les forces d’inertie résultant des accélérations (linéaire et angulaire) comme des forces volumiques externes.

On souhaite coupler PAMPERO avec le Code_Aster pour la mécanique sur la question de la fragmentation par des modèles de zone cohésive couplés à la sous-structuration pour réduire le taille du problème à résoudre et ainsi limiter le temps de calcul.

2 La fissuration

2.1 Bref état de l’art

Pour palier les quelques lacunes de la théorie de Griffith, notamment l’hypothèse d’une énergie de surface proportionnelle à la longueur de la fissure, l’idée d’une énergie de surface reliée au saut de déplacement entre les lèvres de la fissure apparaît. De nombreux modèles ont vu le jour s’inspirant les uns des autres, le début des années 90 a vraiment vu l’explosion de

l'utilisation de ces modèles [4] [5] [6] [7] [10].

L'utilisation des modèles de zone cohésive dans le cadre de la minimisation d'énergie date du début des années 2000 [8] [9]. Largement développée dans la littérature ces dernières années, cette approche est attractive pour décrire les phénomènes de fissuration. Elle est intermédiaire entre les critères d'amorçage et la mécanique continue de l'endommagement. Lorsque les chemins de fissures potentiels sont connus, elle fournit un cadre sûr et robuste pour prédire la cinétique de propagation.

2.2 Lois cohésives régularisées pour les éléments de joint dans Code_Aster

La documentation du Code_Aster sur les modèles de zone cohésive s'appuie en grande partie sur les travaux de Laverne et Lorentz [11] [12].

Dans le cadre de ces modèles une fissure est définie par trois zones : la première zone est une fissure libre de contrainte, le matériau est complètement rompu dans cette zone, la seconde zone est appelée zone cohésive, les forces de cohésion sont non nulles, le matériau est endommagé mais pas rompu, et enfin une troisième zone saine aussi appelée zone de fissuration potentielle où la contrainte d'amorçage n'a pas encore été atteinte.

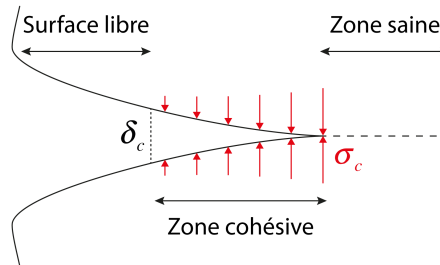


FIGURE 2 – Présentation d'une fissure et de la zone cohésive

La zone cohésive est donc discrétisée par des éléments finis volumique de joint en 3D. Le saut de déplacement dans l'élément est noté δ . C'est une fonction linéaire des déplacements nodaux. Le vecteur contrainte de cohésion qui s'exerce sur les lèvres de la fissure est noté $\vec{\sigma}$, il est définie par la dérivée de la densité d'énergie de surface par rapport au saut de déplacement.

On appelle *loi cohésive* une relation entre le *saut de déplacement* et la *contrainte de cohésion*. Il en existe une grande variété et leurs principales différences résident sur la phase d'amorçage et sur la forme de la loi post-pic (régime dissipatif). Dans le cas des éléments de joint utilisés, pour contourner le problème de la non-dérivabilité de la densité d'énergie de surface par rapport à δ en zéro et conserver un traitement local des conditions d'ouverture, on effectue une régularisation de cette dernière. La densité d'énergie de surface à l'amorçage n'est pas nulle et correspond à une fonction quadratique du saut au voisinage de zéro puis, au-delà de ce seuil κ_0 , correspond à la densité d'énergie du régime dissipatif (voir figure 3). La densité d'énergie du régime dissipatif peut être de plusieurs formes. Ici la forme de la loi post-pic est linéaire comme l'illustre la figure 4). La valeur initiale du seuil κ_0 est un paramètre supplémentaire de la loi.

Il existe dans le Code_Aster plusieurs types d'éléments finis capables de modéliser le processus de rupture par fissuration à l'aide de lois cohésives : Les *éléments de joint (EJ)* et les *éléments à discontinuité interne (ED)* qui sont classiquement utilisés dans la littérature et les *éléments mixtes d'interface (EI)* qui sont en cours de développement et qui restent encore largement à valider. Par la suite comme nous souhaitons réduire le modèle grâce à la méthode de sous-structuration, l'élément finis de joint semble être un bon candidat. Les éléments de joint sont disposés le long des fissures potentielles et permettent de discrétiser le saut de déplacement avec un ordre conforme aux autres éléments du maillage. Ces éléments nécessitent une régularisation de la loi cohésive par pénalisation des conditions de contact et d'adhérence. Cela peut être une source d'instabilité de la réponse globale de la structure et conduire à des oscillations spatiales des forces cohésives qui peuvent s'avérer problématiques. De plus le comportement initial induit par la régularisation va fortement influencer les résultats obtenus [13].

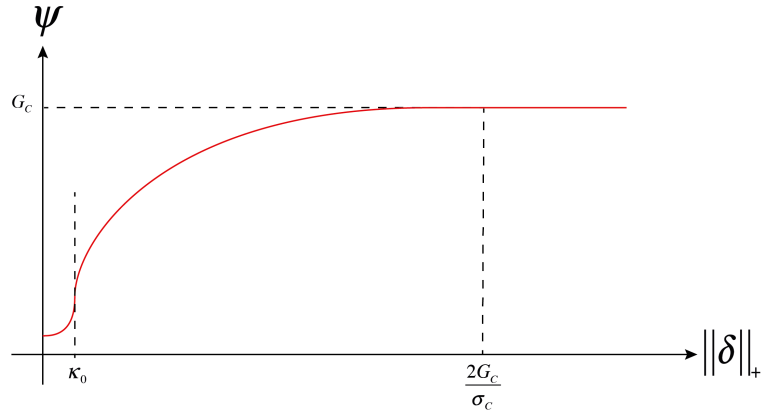


FIGURE 3 – Densité d'énergie de surface en fonction de la norme du saut de déplacement pour la loi cohésive utilisée

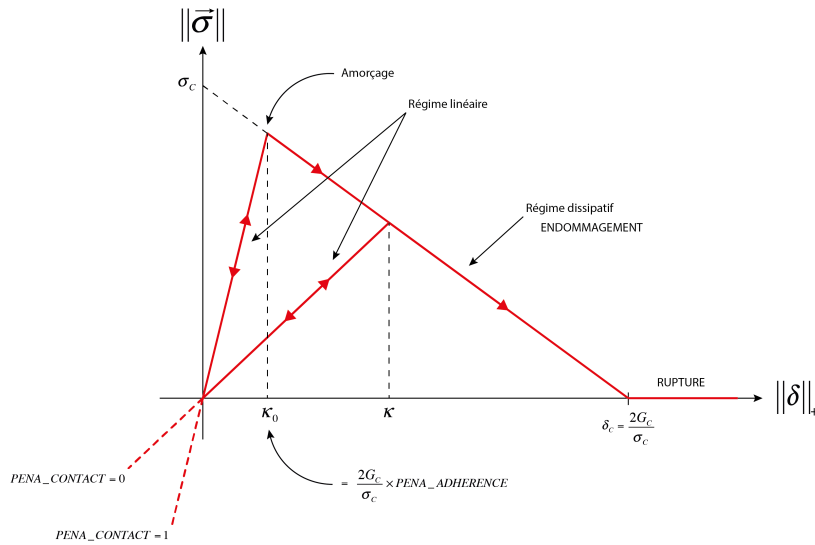


FIGURE 4 – Norme du vecteur contrainte en fonction de la norme du saut pour la loi cohésive utilisée

3 Modèle réduit par synthèse modale

3.1 Principe

La sous-structuration dynamique consiste à déterminer le comportement d'une structure à partir des caractéristiques vibratoires de chacun de ses composants. La méthode de Ritz consiste à chercher la solution sur un sous-espace de l'espace des solutions. On projette le déplacement sur une base restreinte de fonctions vérifiant les conditions cinématiques du problème. On prend en particulier comme base de projection les n premiers modes propres de la structure. Cette méthode de réduction s'appelle la *méthode de recombinaison modale*. Mais lorsque que l'on réalise cette opération on commet une erreur par rapport à la solution « exacte » obtenue par calcul éléments finis que l'on appelle *erreur de troncature*. Cette erreur de troncature peut être corrigé a priori par l'adjonction de mode statique à la base de projection.

La *sous-structuration dynamique* consiste à considérer le déplacement d'une sous-structure dans le mouvement d'ensemble, comme sa réponse aux forces de liaison qui la relie aux autres composants et aux forces extérieures qui lui sont appliquées. Ce qu'on appelle *synthèse modale* c'est la méthode consistant à utiliser simultanément la sous-structuration (c'est-à-dire le découpage de la structure en sous-structure) et le recombinaison modale au niveau de chaque sous-structure. On utilise donc une base de projection unique à chaque sous-structure. La *méthode de Craig-Bampton* que l'on développe ici, utilise des modes normaux à interfaces fixes et des modes contraints comme base de projection des sous-structures.

3.1.1 Les modes normaux

Les modes propres sont avantageusement utilisés comme base de projection des sous-structures pour plusieurs raisons :

- ils sont facilement calculables et peuvent être obtenus expérimentalement,
- ils offrent des propriétés d'orthogonalité intéressantes par rapport aux matrices de masse et de rigidité de la sous-structure,
- ils sont associés à des fréquences propres naturelles de la sous-structure.

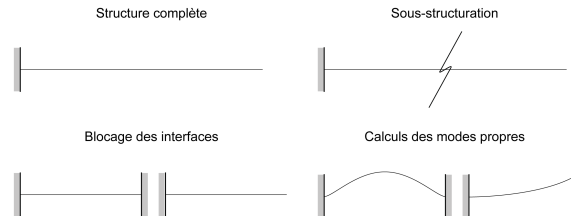


FIGURE 5 – Modes propres à interfaces bloquées

3.1.2 Les déformées statiques

On définit un mode d'interface à chaque degré de liberté de liaison de chaque sous-structure. Les modes contraints sont des déformées statiques que l'on joint aux modes normaux à interfaces bloquées pour corriger les effets dus à leurs conditions aux limites. Un mode contraint est défini par la déformée statique obtenue en imposant un déplacement unité sur un degré de liberté de liaison, les autres degrés de liberté de liaison étant bloqués.

4 Application : cas de traction uniaxiale

Nous avons décidé de mettre en application la synthèse modale sur un cas simple de traction uniaxiale en statique dans un premier temps pour ne pas cumuler les difficultés.

4.1 Construction

L'objectif de la condensation de modèle par sous-structuration est de *réduire le nombre total de degrés de liberté* de notre modèle constitué de 3 sous-domaines en condensant la résolution des 2 sous-domaines au comportement linéaire sur les degrés de liberté de leurs interfaces avec le sous-domaine au comportement non linéaire (zone cohésive figure 6).

Il est tout à fait possible de condenser également le chargement dans le macro-élément supérieur (ce que l'on fait quand on impose un déplacement par exemple). Un problème lié au modèle de zone cohésive utilisé apparaît quand on applique une force. L'endommagement progressif du matériau conduit à de brusques retours élastiques qui rendent la réponse de la structure très irrégulière en fonction du chargement imposé. A un niveau de chargement donné, il existe plusieurs déplacements solutions. Ce problème n'est donc pas soluble. Pour contourner cette difficulté il existe des méthodes de pilotage du chargement mais elles sont incompatibles avec la condensation du chargement dans un macro-élément. Pour contourner cette limitation et se garder la possibilité d'utiliser les options de pilotage, nous avons décidé de laisser une bande d'éléments finis au comportement linéaire qui ne sera pas condensée dans le macro-élément pour y appliquer le chargement comme l'illustre la figure 6.

L'idée est alors de représenter chacun de ces sous-domaines par un macro-élément pour pouvoir l'utiliser dans un modèle mixte comprenant également des éléments finis pour la partie non condensée de comportement non linéaire afin de procéder à un calcul transitoire au moyen d'un opérateur de calcul non linéaire.

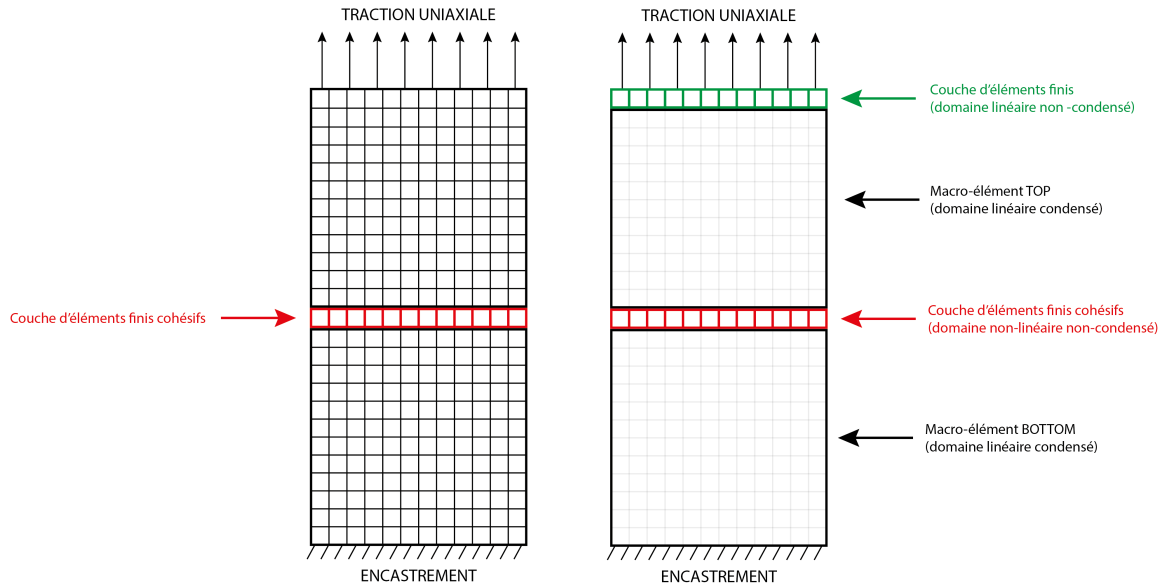


FIGURE 6 – Modèle éléments finis complet et modèle réduit mixte macro-éléments/éléments finis

4.2 Validation de l'étape de sous-structuration

Pour valider l'étape de condensation, l'approche qui semble la plus adaptée consiste à remplacer le comportement du domaine non linéaire par un comportement linéaire et de réaliser une comparaison de l'analyse modale sur les premiers modes entre le modèle initial complet non condensé et le modèle réduit. On peut alors vérifier que les fréquences propres obtenues sont très proches.

Mode	Modèle initial complet	Modèle réduit par condensation
1	3.79861E+02	3.79883E+02
2	1.14013E+03	1.14120E+03
3	1.60186E+03	1.60901E+03
4	1.60186E+03	1.60901E+03
5	1.90201E+03	1.90737E+03
6	1.92913E+03	1.93577E+03
7	1.92913E+03	1.93577E+03

TABLE 1 – Premières fréquences propres en Hertz obtenues par analyse modale

4.3 Résultats

Module de Young E	$6,9 \times 10^8 Pa$
Coefficient de poisson ν	0,33
Contrainte critique σ_c	$3,0 \times 10^6 Pa$
Ouverture critique κ_0	$6,0 \times 10^8 m$
Densité d'énergie de surface G_c	$9,0 \times 10^3 Pa.m$

TABLE 2 – Caractéristique mécanique du matériau élastique et de la zone cohésive

On peut retrouver les caractéristiques du matériau élastique et de la zone cohésive dans le tableau 2. Quand l'on compare les résultats obtenus pour le modèle réduit avec le modèle complet, on constate dans un premier temps que l'ouverture des lèvres de la fissure est sensiblement la même dans les deux calculs quel que soit le pas de temps considéré. Si on regarde la valeur de

la contrainte dans les éléments de joint, on constate également qu'elles sont très proches pour les deux calculs. En particulier sur l'ensemble des 100 pas de temps on a :

$$\max_{i=1,\dots,100} \frac{|\sigma_{réduit}^i - \sigma_{complet}^i|}{\sigma_c} = 1,13 \times 10^{-11}$$

4.4 Performances

Pour le modèle complet, le système à résoudre possède 58881 degrés de liberté :

- 58413 sont des degrés de liberté physiques portés par les 19471 noeuds du maillage,
- 468 sont les couples de paramètres de Lagrange associés aux 234 relations linéaires dualisées (conditions aux limites : 40 noeuds bloqués et 38 noeuds en déplacement imposés).

Pour le modèle réduit, le système à résoudre a seulement 11124 degrés de liberté :

- 10896 sont des degrés de liberté physiques portés par les 3632 noeuds restant du maillage (éléments de joint et éléments non-condensés),
- 228 sont les couples de paramètres de Lagrange associés aux 114 relations linéaires dualisées (38 noeuds en déplacement imposés).

On utilise le temps CPU comme premier indicateur de performance du calcul. On peut comparer les temps CPU du modèle complet et du modèle réduit écoulés dans le solveur non linéaire 7.

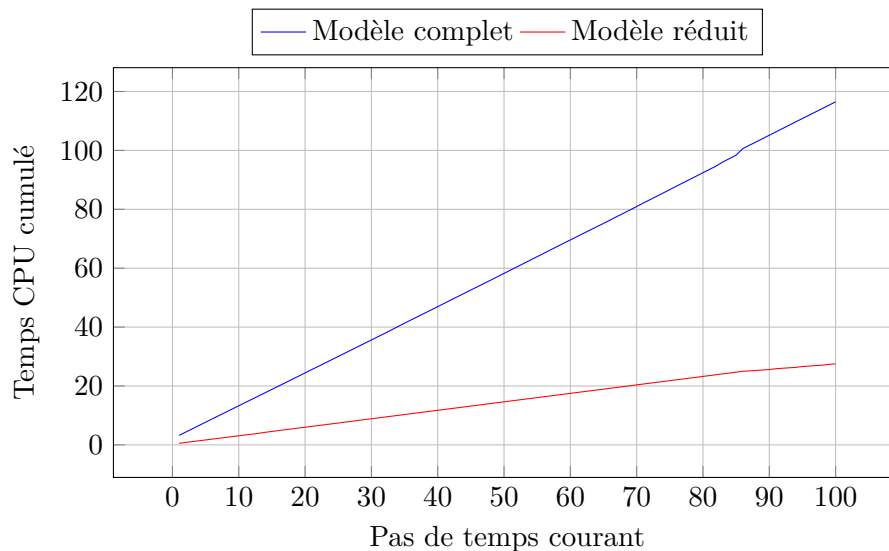


FIGURE 7 – Temps CPU cumulés consommés dans le calcul des modèles complet et réduit sur l'ensemble des 100 pas de temps dans le solveur non linéaire

Le temps CPU moyen pour une itération est de 1.27s pour le modèle complet contre seulement 0.27s pour le modèle réduit, avec dans les deux cas 2 itérations en moyenne de l'algorithme de Newton nécessaire pour converger à chaque pas.

Bien sûr la construction du modèle réduit a aussi un coût. Ici, le temps CPU total pour l'exécution du modèle réduit est de 68.57s. Toutes les opérations en dehors de la résolution par le solveur non linéaire prennent 32.2s soit 47% du temps CPU total. Dans le cas du modèle complet hors exécution du solveur non linéaire, on a un temps CPU de 11.61s pour un temps CPU total de 225.20s soit seulement 5%. Dans le cas du modèle complet l'essentiel du temps CPU total est consommé par l'étape de résolution par le solveur non linéaire.

En conclusion, le prix à payer pour la phase préparatoire de la condensation est forfaitaire et constant. Son coût relatif sera d'autant plus faible et le gain apporté par la réduction de modèle d'autant plus important que le nombre de pas de temps augmente.

5 Perspectives

Ce test de traction uniaxiale nous a permis de mettre en évidence l'intérêt du couplage entre la synthèse modale et un modèle de zone cohésive simple. Cela va nous permettre de passer en dynamique sur une géométrie plus réaliste (Panneau solaire en figure 8 ou ATV par exemple) et de travailler sur des cas de chargement issus d'un calcul PAMPERO. Sur une géométrie complexe la question du choix des chemins de fissuration potentiels sera traitée à la manière de ce qui est fait actuellement dans DEBRISK à la différence qu'on aura maintenant des zones cohésives qui s'activeront ou non en fonction d'un critère qu'il s'agira de formuler. La grande difficulté qui va devoir être surmontée sera la stratégie de mise à jour du modèle au cours de la rentrée atmosphérique et de l'ouverture de certaines fissures.

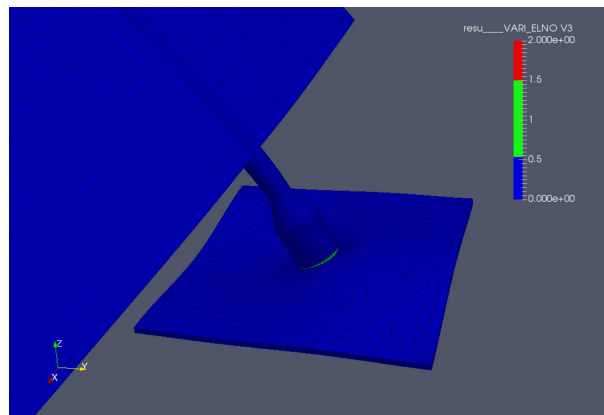


FIGURE 8 – Calcul dynamique non-linéaire sur un panneau solaire soumis à un champ de pression - Indicateur de fissuration : élément cohésif est sain ($V3=0$), endommagé ($V3=1$) ou rompu ($V3=2$).

Références

- [1] P. Omary, M. Spel. *DEBRISK, a Tool for Re-Entry Risk Analysis*, 5th IAASS Conference A Safer Space for Safer World, 2012.
- [2] J. Annaloro, P. Omary, V. Rivola, M. Spel. *Elaboration of a new spacecraft-oriented tool : PAMPERO*, 2004.
- [3] J. Annaloro, S. Galera, P. Kärräng, G. Prigent, T. Lips, P. Omary. *Comparison between two spacecraft-oriented tools : PAMPERO & SCARAB*, The Journal of Space Safety Engineering, 2017.
- [4] A. Needleman. *A Continuum Model for Void Nucleation by Inclusion Debonding*, Journal of Applied Mechanics, American Society of Mechanical Engineers, 1987.
- [5] J.R. Rice, J.-S. Wang. *Embrittlement of interfaces by solute segregation*, Materials Science and Engineering : A, Elsevier, 1989.
- [6] V. Tvergaard. *Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal*, Materials Science and Engineering : A, Elsevier, 1990.
- [7] J.L. Chaboche, R. Girard, A. Schaff. *Numerical analysis of composite systems by using inter-phase/interface models*, Computational Mechanics, Springer-Verlag, 1997.
- [8] M. Charlotte, G.A. Francfort, J.-J. Marigo, L. Truskinovsky. *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem : Comparisons of Griffith and Barenblatt surface energy models*, 2000.
- [9] M. Charlotte. *Modèles discrets de rupture*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001.
- [10] J.L. Chaboche, F. Feyel, Y. Monerie. *Interface debonding models : a viscous regularization with a limited rate dependency*, International Journal of Solids and Structures, Pergamon, 2001.
- [11] J. Laverne. *Formulation énergétique de la rupture par des modèles de forces cohésives : considérations théoriques et implantations numériques*, Thèse de doctorat, Université Paris Nord - Paris 13, 2004.
- [12] E. Lorentz. *Modélisation et simulation numérique de l'endommagement des structures*, Habilitation à Diriger des Recherches, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008.
- [13] R. De Borst. *Numerical aspects of cohesive-zone models*, Engineering Fracture Mechanics, Pergamon, 2003.