

Sur la caractérisation mécanique de matériaux composites fibreux par la Méthode des Eléments Discrets: Application au PA6/GF30

A. Ammar^{1,2}, W. Leclerc¹, M. Guessasma¹, N. Haddar²

¹ LTI, EA 3899, Université de Picardie Jules Verne, 02315 Saint-Quentin, ahmed.ammar@etud.u-picardie.fr, {willy.leclerc, mohamed.guessasma}@u-picardie.fr

² LGME, Université de Sfax, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, ahmed.ammar@enis.tn, nader.haddar@enis.tn

Résumé — La présente contribution vise à développer la Méthode des Eléments Discrets (MED) basée sur le modèle cohésif de type poutre pour la prédiction du comportement mécanique de matériaux composites fibreux. Ce travail est abordé par le biais du code par éléments discrets MULTICOR3D++ qui permet la modélisation et la simulation mécanique des matériaux hétérogènes. L'approche mise en place est appliquée au cas du polyamide renforcé de fibres courtes (PA6/GF30) dont le comportement mécanique a été caractérisé expérimentalement.

Mots clés — Méthode des Eléments Discrets, Matériau composite, Fibre de verre, Caractérisation expérimentale, Simulation mécanique.

1 Introduction

L'allègement des véhicules est devenu un enjeu majeur dans l'industrie automobile. Le PA6/GF30 représente une alternative aux structures métalliques notamment avec un bien meilleur rapport résistance mécanique-poids. Ce matériau est cependant soumis à des conditions environnementales sévères qui affectent son comportement mécanique et sa durabilité [4]. Une idée consiste à établir des modèles numériques permettant de prévoir le comportement et l'endommagement à long terme de ce type de composite. L'optimisation des performances des structures, et en conséquence des matériaux qui servent à les élaborer, nécessite des modèles de plus en plus fiables, prenant en compte l'ensemble des sollicitations subies et des dégradations induites avec leur mode de propagation en service. Dans ce contexte, l'étude numérique de la tenue mécanique du composite à matrice de polyamide 6 constitue un objectif à atteindre. La MED est une approche numérique qui a montré son potentiel à modéliser le comportement mécanique des matériaux hétérogènes [12],[6],[5]. Cette méthode a été originalement développée pour résoudre des problèmes liés aux milieux granulaires. La MED est apparue dans les années 70 [9] dans le domaine de la géomécanique afin de résoudre des phénomènes d'éboulement de roches. Aujourd'hui, cette approche a fait l'objet d'un grand nombre d'extensions en particulier dans le domaine de la modélisation d'applications liées à l'ingénierie telles que les applications industrielles [7], les matériaux composites [12],[6],[5], la mécanique de la rupture [2], la mécanique des poudres [3], etc... L'intégration des lois de comportement s'y fait via des modèles bien définis dont le modèle de contact développé par Cundall et Strack utilisant un système ressort/amortisseur. Sur la base des travaux de Schlangen et al. [11], il a été établi que le modèle cohésif de type poutre d'Euler-Bernoulli [1] est plus approprié que le modèle ressort/amortisseur pour décrire le comportement d'un milieu continu et son endommagement sous différents types de sollicitations. Il a également été prouvé que le modèle cohésif de type poutre produit des motifs de fissuration plus réalistes que ceux obtenus via le modèle ressort/amortisseur. De plus, des travaux récents ont mis en évidence la capacité du modèle cohésif de type poutre à simuler le comportement mécanique de matériaux composites à fibres unidirectionnelles [8]. Dans la présente contribution, notre objectif est d'étudier la capacité du modèle cohésif de type poutre, déjà utilisé pour la modélisation d'un milieu continu par la MED [5], à simuler le comportement mécanique des matériaux composites fibreux en particulier le PA6/GF30. La première partie de cette étude est consacrée à l'enrichissement de la base expérimentale sur les composites à fibres courtes. L'accent est mis sur des essais de traction pour mieux caractériser ce matériau. Nous exploitons également la technique de corrélation d'image comme moyen de mesure aussi bien du champ de déplacement que du coefficient de Poisson.

La seconde partie du travail est consacrée à la simulation numérique du comportement mécanique du PA6/GF30. Pour cela, une description du modèle cohésif de type poutre est tout d'abord abordée. Celle-ci est suivie d'un processus de calibration en milieu homogène et de la détermination des propriétés macroscopiques du PA6/GF30. Nous nous intéressons en dernier lieu à l'effet de l'angle d'inclinaison de la fibre sur les propriétés mécaniques du composite.

2 Etude expérimentale

2.1 Matériau à étudier et réalisation des éprouvettes

Un composite renforcé avec 30% en masse de fibres de verre (PA6/GF30) " désigné commercialement sous le nom d'ALYAMID C2122 GF30 " fourni par la société POLYMERES SA, a été utilisé dans la présente étude. Ce matériau a été injecté à partir du polyamide 6 qui est un produit commercial fourni par RADICI Chemicals avec des fibres de verre de type E provenant de la société CIPC avec l'ajout d'un agent de couplage de type Amino Silane (Tableau 1). L'injection est faite conformément à la norme ISO 527-2 type 1A. Avant de procéder aux tests, les échantillons ont été séchés à 70°C pendant 24 h et immédiatement stockés dans des dessiccateurs à vide. Dans l'optique de la modélisation du matériau composite, nous avons besoin de connaître la fraction volumique des fibres au lieu de leur fraction massique. En appliquant l'équation 1 on peut conclure qu'un polyamide 6 renforcé à 30% en masse de fibres de verre E n'est qu'un polyamide 6 renforcé à 15,7% en volume de fibres de verre E.

$$V_f\% = \frac{M_f\%}{M_f\% + \frac{\rho_f}{\rho_m} * (1 - M_f\%)} \quad (1)$$

TABLE 1 – Caractéristiques des matériaux

| Matériaux | Spécifications | Fournisseur |
|------------------|--|-------------|
| PA6 | Densité=1,13 Module de Young=2,03 GPa Coefficient de Poisson=0,33 | RADICCI |
| Fibre de verre E | Densité=2,6 D=10 μm - L=4,5mm Module de Young=72,5 GPa Coefficient de Poisson=0,22 | CEPIC |

2.2 Facteur de dispersion

L'évaluation du facteur de dispersion pour un matériau composite constitue une étape primordiale vu la variabilité du comportement à l'échelle macroscopique. Ce facteur de dispersion est défini par le rapport entre l'écart-type et la moyenne de la propriété mécanique calculée. Pour cela un échantillonnage constitué de 8 éprouvettes a été testé en traction simple avec une vitesse monotone de 5mm/min. Les essais de traction ont été menés sur une machine d'essai de type WDW-E d'une capacité de 10 kN équipée d'un système d'acquisition avec un extensomètre longitudinal. Le module de Young moyen mesuré sur l'ensemble de l'échantillonnage est de 7,363 GPa avec un écart-type de 0,284 GPa, ce qui correspond à un facteur de dispersion de 3,86%. En outre, la contrainte à la rupture a également été mesurée, celle-ci est en moyenne de 132,687 MPa avec un écart-type de 1,573 MPa, ce qui correspond à un facteur de dispersion de 1,19%. Ces résultats montrent la faible dispersité des propriétés mécaniques du composite étudié ainsi que la bonne reproductibilité des mesures expérimentales.

2.3 Corrélation d'images

La corrélation d'images digitales (CID) est une technologie relativement récente pour la mesure des champs de déformations sans contact. Le dispositif expérimental (Figure 1 (a)) est constitué de :

- Une caméra à corrélation d'images digitales (CID),
- Une éprouvette avec surface revêtue avec un mouchetis (Figure 1 (b)),
- Un système informatique pour l'acquisition des données,
- Un système informatique pour le traitement des résultats.

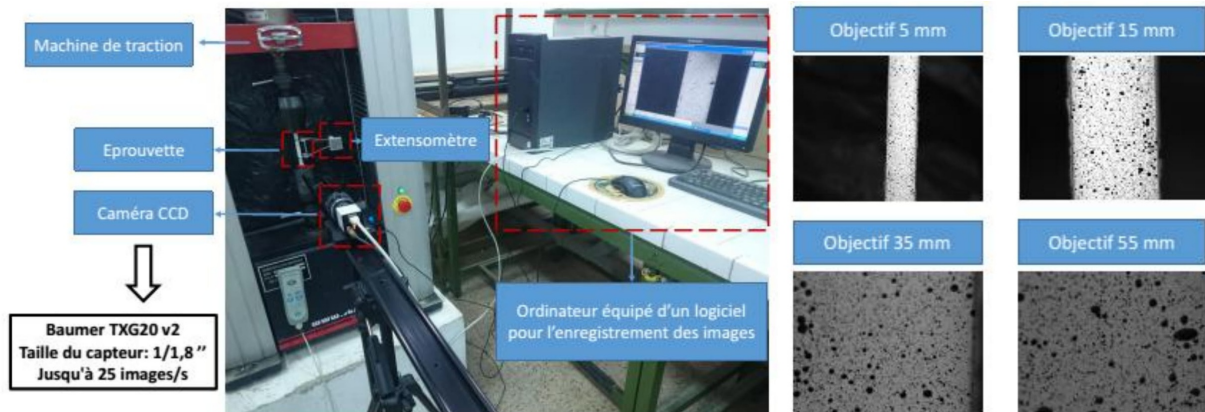


FIGURE 1 – (a) Schématisation d'un système CID, (b) Eprouvettes avec mouchetis à différents agrandissements

Cette technique nous permet d'identifier l'évolution de la déformation au cours du temps via des cartographies de déformation lors d'un essai de traction. De plus, elle nous fournit la courbe décrivant l'évolution de la déformation à n'importe quel point de l'éprouvette ce qui n'est pas possible avec un extensomètre car ce dernier ne peut visualiser que localement la déformation. La figure 2 (a) montre bien que les courbes traduisant l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation soit par corrélation d'images, soit à l'aide de la machine de traction sont presque confondues avec un décalage détecté en début d'essai. Ceci peut être interprété par un léger glissement de l'éprouvette entre les mors de la machine de traction lors de la phase de démarrage de l'essai de traction. Le coefficient de Poisson du matériau composite est également obtenu à partir de l'essai de traction. La Figure 2 (b) montre la méthodologie d'identification du coefficient de Poisson. En traçant la déformation longitudinale (ϵ_{YY}) en fonction de la déformation transversale ($-\epsilon_{XX}$) lors d'un essai de traction uniaxiale, l'inverse de la droite ajustée aux points expérimentaux fourni le coefficient de Poisson du matériau testé.

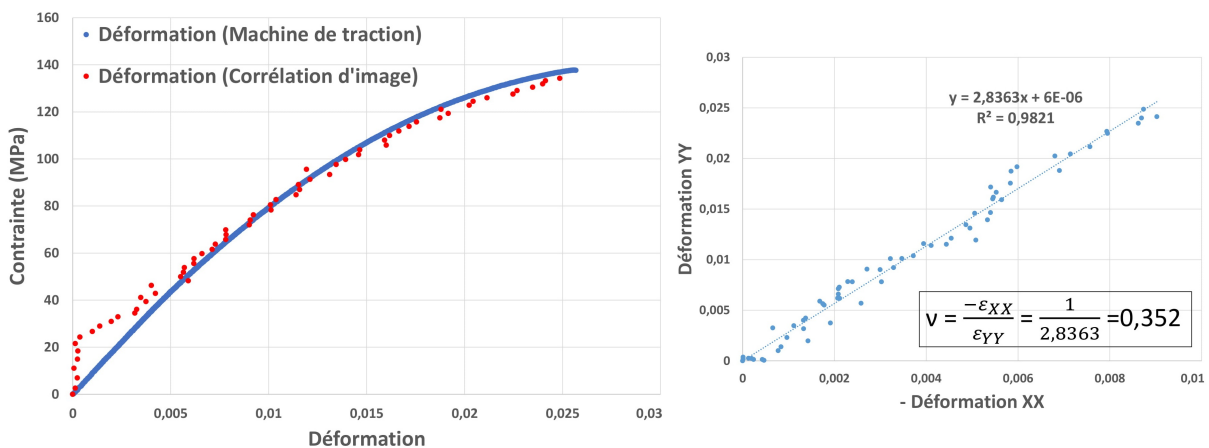


FIGURE 2 – (a) Evolution de la contrainte en fonction de la déformation par corrélation d'images , (b) Détermination du coefficient de Poisson relatif au PA6-GF30

3 Etude numérique

3.1 Modèle cohésif de type poutre

Dans ce travail, la modélisation numérique par la MED est basée sur un modèle de lien cohésif introduit par Leclerc [5] en 3D. Le lien cohésif entre deux particules est modélisé par un élément poutre de type Euler-Bernoulli dont les paramètres intrinsèques sont la longueur L_μ , le module de Young E_μ , le moment quadratique I_μ et le rayon de la section a_μ (Figure 3). Ce dernier dépend d'un paramètre adimensionnel r_μ strictement positif fonctions des rayons R_i et R_j des particules i et j en contact. Le rayon de la section a_μ est donné par l'équation suivante :

$$a_\mu = r_\mu \frac{R_i + R_j}{2} \quad (2)$$

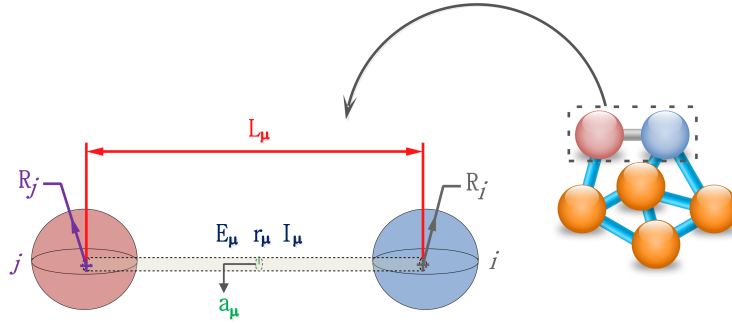


FIGURE 3 – Illustration du modèle cohésif de type poutre

D'un point de vue pratique, chaque lien cohésif est contrôlé par un vecteur de force interne constitué de 6 composantes et exprimé par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} F_n^{j \rightarrow i} \\ F_t^{j \rightarrow i} \\ F_b^{j \rightarrow i} \\ M_n^{j \rightarrow i} \\ M_t^{j \rightarrow i} \\ M_b^{j \rightarrow i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_t & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_t L_\mu}{2} & \frac{K_t L_\mu}{2} \\ 0 & 0 & K_t & 0 & \frac{-K_t L_\mu}{2} & \frac{-K_t L_\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-K_t L_\mu}{2} & 0 & \frac{K_t L_\mu^2}{3} & \frac{K_t L_\mu^2}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_t L_\mu}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_t L_\mu^2}{3} & \frac{K_t L_\mu^2}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n^i - u_n^j \\ u_t^i - u_t^j \\ u_b^i - u_b^j \\ \theta_n^i - \theta_n^j \\ \theta_t^i \\ \theta_t^j \\ \theta_b^i \\ \theta_b^j \end{bmatrix}$$

où n , t et b sont respectivement les directions principales du système de coordonnées cartésiennes locales liées à l'élément poutre entre les particules i et j . $u_n^{i,j}$ et $u_{t,b}^{i,j}$ sont respectivement les déplacements normaux et tangentiels. K_n et K_t sont les rigidités normale et tangentielle respectivement données par :

$$K_n = \frac{E_\mu A_\mu}{L_\mu}, \quad A_\mu = \pi \frac{r_\mu^2}{4} (R_i + R_j)^2 \quad (3)$$

$$K_t = \frac{12 E_\mu I_\mu^3}{L_\mu}, \quad I_\mu = \pi \frac{r_\mu^4}{64} (R_i + R_j)^4 \quad (4)$$

S_n est un paramètre qui décrit la rigidité de torsion comme suit :

$$S_n = \frac{2 G_\mu I_\mu}{L_\mu} \quad (5)$$

À partir du calcul des forces de contact et en appliquant le 2^{ème} loi de Newton à chaque particule à la fois en translation et en rotation, le mouvement de la particule est ainsi déterminé. Notons que la résolution numérique est réalisée par un schéma temporel explicite de type Verlet-Vitesse [5].

3.2 Processus de calibration

Dans l'optique de modéliser le matériau composite PA6/GF30 via la MED, nous avons préalablement besoin d'identifier les paramètres microscopiques associés à chaque constituant, à savoir la fibre et la matrice. L'idée est qu'à chaque paire de paramètres microscopiques E_μ et r_μ est associée une paire de paramètres macroscopiques E_M et ν_M , où E_M est a priori différent de E_μ . Il faut cependant préciser que le matériau étant ici constitué de deux phases, à savoir la matrice et les fibres, il est donc en réalité nécessaire de déterminer un couple de propriétés microscopiques à chaque constituant. Rappelons que les propriétés élastiques macroscopiques visées du PA6 et de la fibre de verre de type E sont fournies dans le Tableau 1. Le principe de la calibration consiste à relier les propriétés microscopiques aux propriétés macroscopiques à l'aide d'abaques obtenues sur une large gamme de propriétés microscopiques. Dans le présent travail, nous considérons les abaques fournies par Leclerc [5] comme base pour déterminer les propriétés microscopiques associées à chaque matériau. Pour information, ces abaques ont été obtenus via des tests de traction réalisés sur des volumes élémentaires cubiques constitués d'un empilement compact de particules sphériques en contact. Les empilements utilisés par Leclerc sont constitués de 700000 particules [5] et respectent un ensemble d'hypothèses associées à la notion de Random Close Packing, à savoir une fraction volumique de 64% et une coordination de 6,2. Les propriétés macroscopiques étant sensibles à ces paramètres, il est important de préciser que l'utilisation de ces abaques n'a de sens que si nous considérons des empilements vérifiant les mêmes caractéristiques. Le Tableau 2 fournit les paires

TABLE 2 – Propriétés microscopiques obtenues à partir des abaques de Leclerc [5]

| | E_μ (GPa) | r_μ |
|------------------|---------------|---------|
| PA6 | 1850 | 0,08 |
| Fibre de verre E | 665,5 | 0,48 |

de paramètres microscopiques pour le PA6 et la fibre de verre de type E. Notons bien que ces paramètres influent d'une manière explicite sur la rigidité du lien cohésif entre les particules. Afin de vérifier les résultats obtenus à partir des abaques, nous répétons le processus de calibration pour les valeurs relevées dans le Tableau 2. Nous considérons un échantillonnage de 4 empilements de mêmes caractéristiques (compacité et coordination) et de même densité (700000 particules) que ceux utilisés par Leclerc [5] et reproduisons le même essai de traction.

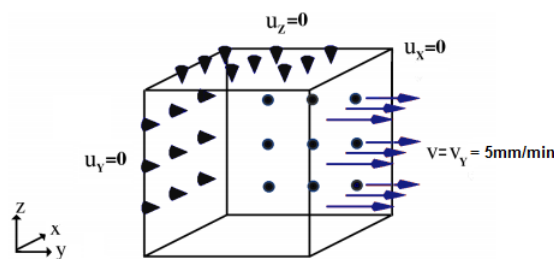


FIGURE 4 – Conditions aux limites appliquées à un volume élémentaire représentatif

Nous appliquons une vitesse constante $V=5\text{mm/min}$ à une face donnée du volume élémentaire représentative avec des conditions aux limites de symétrie pour améliorer la précision des résultats par rapport à une configuration bloquée (Figure 4). La Figure 5 illustre les résultats obtenus. Elle permet de suivre l'évolution du module de Young macroscopique et du coefficient de Poisson en fonction du temps jusqu'à convergence. En comparant les résultats numériques obtenus avec ceux fournis expérimentalement (Tableau 3) on peut conclure à la validité de cette étape de calibration.

3.3 Détermination des propriétés macroscopiques du composite PA6/GF30

Les propriétés microscopiques associées à chacun des constituants ayant été vérifiées, nous considérons maintenant le cas du milieu hétérogène (Fibre + Matrice). Un travail d'optimisation est tout d'abord effectué afin de fixer le nombre de particules nécessaire pour modéliser un volume élémentaire représen-

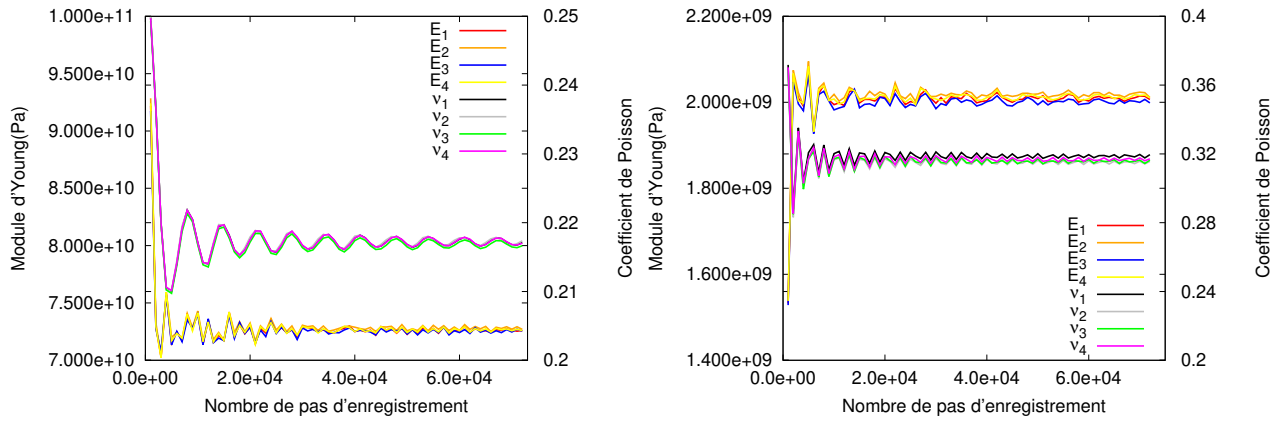


FIGURE 5 – Evolution des propriétés élastiques macroscopiques en fonction du nombre de pas : (a) Fibre de Verre E , (b) PA6

TABLE 3 – Propriétés microscopiques obtenues après calibration

| | Module de Young E | | Coefficient de Poisson | |
|------------------|---------------------|--------------|------------------------|--------------|
| | Numérique | Expérimental | Numérique | Expérimental |
| Fibre de verre E | $72,604 \pm 0,0329$ | 72,5 | $0,217 \pm 0,00015$ | 0,22 |
| PA6 | $2,006 \pm 0,028$ | 2,03 | $0,316 \pm 0,00084$ | 0,33 |

tatif du composite constitué d'une seule fibre à fraction volumique imposée de 15,7% (Figure 6). Dans ce but, nous considérons un ensemble d'empilements granulaires constitués de 10000 à 2000000 particules et respectant les caractéristiques utilisées par Leclerc [5]. Pour information, les propriétés macroscopiques sont également obtenues via des essais de traction appliqués aux motifs représentatifs cubiques à l'aide des conditions aux limites décrites sur la Figure 4. Les résultats présentés dans la Figure 7 (a) montrent qu'un ensemble de 700000 particules constitue un nombre suffisant pour modéliser le composite tout en respectant les propriétés élastiques macroscopiques. Quatre empilements différents constitués de 700000 particules ont été testés dans le but de suivre l'évolution du module de Young macroscopique ainsi que du coefficient de Poisson jusqu'à convergence (Figure 7 (b)).

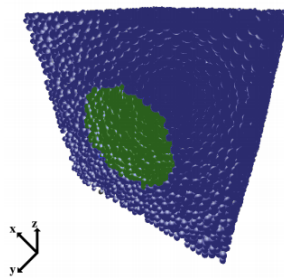


FIGURE 6 – Modèle numérique du composite utilisé (empilement composé de 700000 particules)

En comparant les résultats numériques à ceux obtenus expérimentalement et théoriquement (Tableau 4) on observe un bon accord pour le coefficient de Poisson, alors que pour le module de Young les valeurs présentent un écart important. Toutefois, le module de Young numérique prédit par la MED est proche de la valeur théorique obtenue avec la loi des mélanges. Il est également proche de celui déterminé par la MEF à l'aide des calculs réalisés à l'aide du logiciel ABAQUS via un plugin (EasyPBC) développé par Sadik et al [10]. Les écarts entre les prédictions numériques et les résultats expérimentales s'expliquent par le fait que le modèle numérique utilisé est assez idéal et ne prend pas en compte certains paramètres comme la décohésion interfacielle, la répartition hétérogène des fibres, les défauts localisés ou encore le facteur de forme des fibres ici supposé infini. Dans le but de prendre en compte l'influence de ces paramètres, une approche usuelle consiste en la mise en place de Volumes Élémentaires Représentatifs

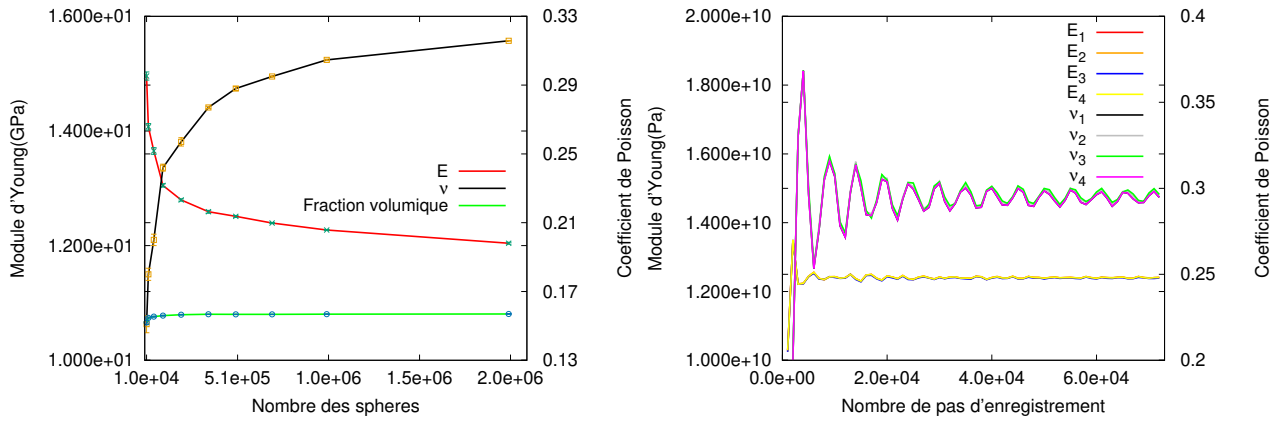


FIGURE 7 – (a) Calibration du PA6/GF30 , (b) Evolution du module de Young macroscopique en fonction du nombre de pas pour 700000 particules (cas du composite)

TABLE 4 – Prédiction des propriétés élastiques du PA6/GF30 et comparaison avec la caractérisation expérimentale

| Propriétés macroscopiques | Module de Young (GPa) | Coefficient de Poisson |
|------------------------------|-----------------------|------------------------|
| Modèle à 1 fibre (MED) | 12,403 | 0,295 |
| Modèle à 1 fibre (MEF) | 12,725 | 0,309 |
| Modèle à 5 fibres (MED) | 11,278 | 0,301 |
| Expérimental | $7,363 \pm 0,2842$ | 0,352 |
| Théorique (Loi des mélanges) | 13,109 | — |

(VER) statistiques décrivant le plus fidèlement possible la microstructure du matériau composite. Dans ce travail, un modèle de VER statistique, constitué de 5 fibres alignées avec un rapport d'échelle $L/D = 5$ et une fraction volumique de fibres fixée à 15,7%, a été développé puis testé afin de déterminer les propriétés élastiques relatives au PA6/GF30 (Figure 8). En terme de module de Young, on constate une légère diminution par rapport au modèle à une fibre mais l'écart par rapport aux résultats expérimentaux persiste toujours (Tableau 4). Notons cependant que la longueur des fibres ainsi que leur orientation ont

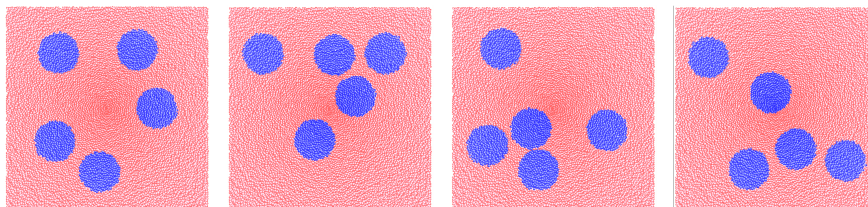


FIGURE 8 – Représentation d'un ensemble de 4 VER statistiques selon une coupe : $Y = L/2$

également un effet primordial sur les propriétés mécaniques et n'ont pas été pris en compte dans ce modèle. L'étude expérimentale préliminaire de l'orientation des fibres a permis de montrer que les fibres sont majoritairement orientées dans le sens d'écoulement. Le facteur d'orientation (η_0) décrit l'orientation des fibres par rapport au sens d'injection. Celui-ci agit sur les propriétés mécaniques du matériau de sorte que plus ce facteur est faible et plus les propriétés mécaniques sont faibles également. Pour information, $\eta_0 = 0,74 \neq 1$ [4] dans notre cas ce qui correspond à un cas où les fibres ne sont pas tout à fait alignées. Afin de prendre en compte l'influence de ce défaut d'alignement, 3 configurations à différents angles d'inclinaison ont été testées pour des empilements de 350000 particules. Ce nombre de particules permet d'approcher les propriétés mécaniques prédites avec des cartes de 700000 particules tout en réduisant significativement le temps de calcul (Figure 9). En examinant les résultats présentés dans le Tableau 5, on peut en déduire l'effet significatif de l'angle d'inclinaison de la fibre sur les propriétés mécaniques du composite. Comme attendu, le module de Young du composite, obtenu dans les mêmes conditions de sollicitations décrites précédemment, décroît quand l'angle d'inclinaison θ croît. Il est par conséquent primordial de maîtriser l'inclinaison des fibres pour une meilleure prédiction des propriétés élastiques du PA6/GF30.

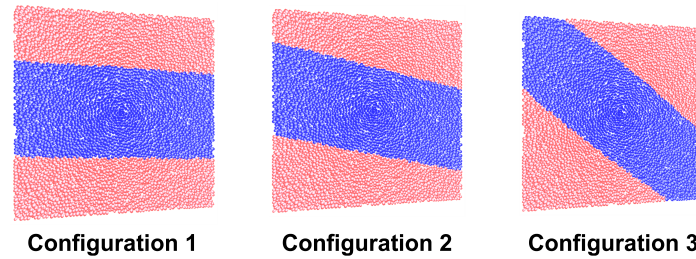


FIGURE 9 – Différentes configurations à différents angles d'inclinaison

TABLE 5 – Effet de la variation de l'angle d'inclinaison de la fibre sur les propriétés mécaniques du PA6/GF30

| | θ (degrés) | Module de Young (GPa) | Coefficient de Poisson | Fraction volumique de la fibre (%) |
|-----------------|-------------------|-----------------------|------------------------|------------------------------------|
| Configuration 1 | 3,576 | 12,387 | 0,279 | 15,707 |
| Configuration 2 | 12,902 | 10,777 | 0,298 | 16,088 |
| Configuration 3 | 39,509 | 5,427 | 0,347 | 19,254 |

3.4 Conclusion

A travers ce papier, nous avons caractérisé les propriétés élastiques du PA6/GF30 via une approche numérique originale qui a été corrélée à des résultats de caractérisation expérimentale. Nous travaillons actuellement sur l'intégration de l'influence de la dispersion des fibres et du facteur de forme via l'utilisation d'un volume élémentaire prenant en compte davantage d'informations sur la microstructure. Une fois ce travail réalisé, nous envisagerons d'intégrer le phénomène d'endommagement interfaciel d'origine hydrique via un modèle d'interface couplé à un modèle de transfert de masse.

Références

- [1] D. André and I. Iordanoff and J.L. Charles and J. Néauport. *Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, 213 : 113–125, 2012.
- [2] L. Ba Danh. *Modélisation discrète en mécanique de la rupture des matériaux fragiles*, Université de Strasbourg, 2013.
- [3] Y. He and T.J. Evans and A.B. Yu and R.Y. Yang. *DEM investigation of the role of friction in mechanical response of powder compact*, Powder Technology, Elsevier, 319 : 183–190, 2017.
- [4] I. Ksouri and O. De Almeida and N. Haddar. *Long term ageing of polyamide 6 and polyamide 6 reinforced with 30% of glass fibers : physicochemical, mechanical and morphological characterization*, Journal of Polymer Research, Springer, 24(8) : 133, 2017.
- [5] W. Leclerc. *Discrete element method to simulate the elastic behavior of 3D heterogeneous continuous media*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 121 : 86–102, 2017.
- [6] W. Leclerc and H. Haddad and M. Guessasma. *On the suitability of a Discrete Element Method to simulate cracks initiation and propagation in heterogeneous media*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 108 : 98–114, 2017.
- [7] C. Machado and M. Guessasma and E. Bellenger. *Electromechanical modeling by DEM for assessing internal ball bearing loading*, Mechanism and Machine Theory, Elsevier, 92 : 338–355, 2015.
- [8] L. Maheo and F. Dau and D. André and J.L. Charles and I. Iordanoff. *A promising way to model cracks in composite using Discrete Element Method*, Composites Part B : Engineering, Elsevier, 71 : 193–202, 2015.
- [9] F. Nonato and K.L. Cavalca. *An approach for including the stiffness and damping of elastohydrodynamic point contacts in deep groove ball bearing equilibrium models*, Journal of Sound and Vibration, Elsevier, 333(25) : 6960–6978, 2014.
- [10] S.L. Omairey and P.D. Dunning and S. Sriramula. *Development of an ABAQUS plugin tool for periodic RVE homogenisation*, Engineering with Computers, Springer, 2018.
- [11] Ea. Schlangen and E.J. Garboczi. *Fracture simulations of concrete using lattice models : computational aspects*, Engineering fracture mechanics, Elsevier, 57(2-3) : 319–332, 1997.
- [12] I. Yaser and S. Yong and Y. Dongmin and Y. Jianqiao. *Discrete element modelling of unidirectional fibre-reinforced polymers under transverse tension*, Composites Part B : Engineering, Elsevier, 73 : 118–125, 2015.