

Développement d'un jumeau numérique des roulements à billes par la MED

S. Omar Farah¹, M. Guessasma¹, E. Bellenger¹

¹ LTI EA-3899, Université de Picardie Jules Verne, samatar.omar.farah@etud.u-picardie.fr; {mohamed.guessasma, emmanuel.bellenger}@u-picardie.fr

Résumé — L'utilisation de la Méthode des Éléments Discrets (MED), comme outil de modélisation, a contribué au développement d'un jumeau numérique pour la simulation dynamique des roulements à billes. Outre une description géométrique conforme à la conception du roulement, la modélisation discrète proposée offre, également, l'avantage de simuler son comportement dynamique en conditions de fonctionnement réelles. De plus, l'introduction d'un modèle élastohydrodynamique au niveau de l'interface de contact *billes-pistes de roulement* permet de prédire le régime de lubrification en fonction des paramètres de chargement et conditions cinématiques.

Mots clés — Méthode des Éléments Discrets, roulements à billes, jumeau numérique, lubrification, élastohydrodynamique.

1 Introduction

Les roulements sont des composants mécaniques employés dans la quasi-totalité des domaines industriels nécessitant l'utilisation de machines tournantes. On les trouve parfois dans des applications inattendues, comme par exemple dans l'horlogerie de précision employant des roulements de taille millimétrique. Il existe une large gamme de roulements dans l'industrie, au point qu'il soit difficile de les énumérer tous, de par la diversité de leurs éléments roulants et conceptions. À l'évidence une grande attention doit donc être portée à ces composants plus particulièrement de point de vue du diagnostic de leur état en conditions de fonctionnement. Selon une étude statistique récente [1], on a diagnostiqué dans plus de 50% des machines tournantes des défauts de fonctionnement liés au désalignement de l'arbre, occasionnant une usure prématurée des roulements. Les techniques de mesure usuelles, généralement basées sur la mesure régulière puis l'analyse poussée des vibrations sont aujourd'hui très efficaces pour fournir un diagnostic de la machine lorsque l'usure est initiée afin de prévoir une intervention de maintenance rapidement. Cette détection est bien souvent assez tardive puisque les niveaux de vibration anormaux alertent l'utilisateur d'une dérive qui induira une panne prochaine, voire un endommagement sévère, si aucune décision n'est prise. Par ailleurs, des travaux sur le diagnostic des roulements, réalisés plus récemment dans le cadre de contrats de recherche financés par la région Hauts-de-France (HdF) (projets SIGNATELEC 2013-2015 et EROLLING 2016-2017), ont montré la pertinence de la mesure électrique, et de son utilisation comme outil de maintenance prédictive, au travers d'indicateurs statistiques standards extraits de la signature électrique [2, 3].

Dans le contexte actuel, avec une industrie qui connaît sa 4^e révolution à l'aune du numérique, il est indispensable de se doter de moyens de surveillance efficaces et intelligents afin d'améliorer les performances des machines et réduire les coûts de maintenance. C'est précisément en lien étroit avec l'usine du futur que ce travail s'inscrit à travers le développement d'un jumeau numérique des roulements à billes en vue de prédire les conditions de fonctionnement optimales des équipements industriels. Il s'agit donc de mettre au point un outil de simulation original et performant capable de fournir des indicateurs pertinents, tels que le préchargement mécanique, la distribution des efforts, le régime de lubrification, voire la signature multiphysique corrélée à l'état tribologique [3, 4]. L'avantage de disposer d'un jumeau numérique, offre par ailleurs la possibilité de constituer une base de données numériques pouvant servir dans le cadre de l'apprentissage machine (*machine learning*) [5].

Lors de nos travaux antérieurs, seule une description discrète 2D du roulement était proposée [2, 6]. Le jumeau numérique mis au point s'appuie, quant à lui, sur une modélisation 3D du roulement par la MED, pouvant ainsi reproduire les effets gyroscopiques, supporter des chargements radiaux et/ou axiaux et tolérer des jeux radiaux et/ou axiaux. Dans un premier temps, nous allons d'abord détailler la modélisation discrète dans le cadre des roulements étudiés, à savoir le roulement 6208 à contact radial et le roulement 7208 à contact oblique. Le contact entre les éléments roulants et les pistes est de type hertzien et de forme elliptique. Nous avons introduit dans le modèle de contact trois types de dissipations : frottement sec de Coulomb, hystérique et visqueux. Dans un second temps, nous allons étudier l'influence des conditions de fonctionnement sur le régime de lubrification. L'implémentation dans le jumeau numérique d'un modèle de lubrification élastohydrodynamique [7], avec l'hypothèse d'un comportement piézo-visqueux-élastique du lubrifiant, permet de suivre temporellement l'évolution de l'épaisseur du film de fluide au niveau des contacts éléments roulants/pistes de roulement [4].

2 Jumeau numérique des roulements à billes 6208 et 7208

Deux types de roulements à billes sont modélisés : 6208 à contact radial (figures 1a-d)) et 7208 à contact oblique (figures 1e-h)). Le modèle discret du jumeau numérique est développé avec le logiciel MULTICOR3D. Les dimensions des roulements considérés sont listées dans le tableau 1.

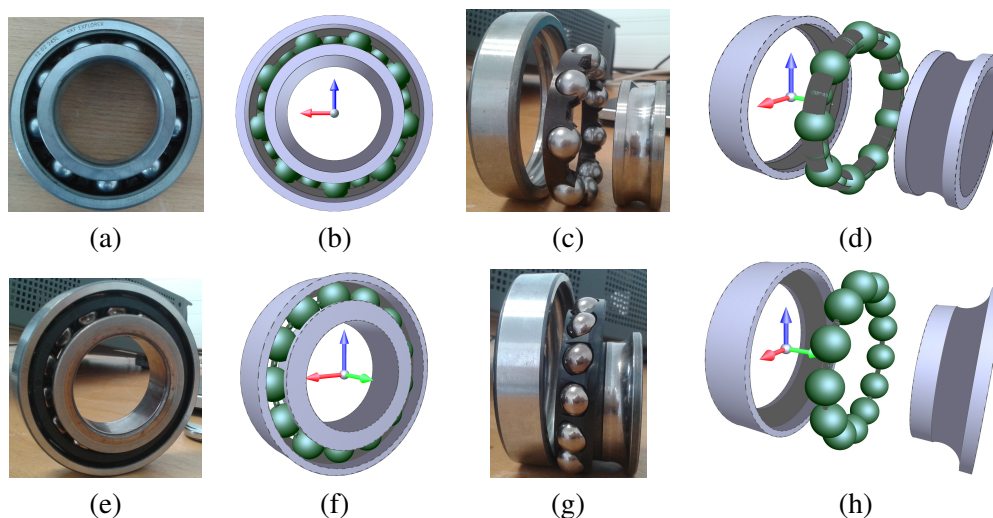


FIGURE 1 – (a-e) Roulements 6208 et 7208 - (b-f) Jumeaux numériques - (c-g) Composants 6208 et 7208 - (d-h) Jumeaux numériques éclatés

Le nombre d'éléments roulants en contact avec les parois interne et externe, respectivement de rayons R_i et R_e , est $Z = 9$ (*resp.* 13) pour le roulement 6208 (*resp.* 7208). Les rayons des éléments roulants, piste intérieure et piste extérieure, des deux roulements, sont respectivement R_b , R_c^i et R_c^e . À noter que 9 (*resp.* 13) billes de rayon R_z en contact avec deux parois additionnelles toriques (figures 1d), font office de cage pour le roulement 6208 (*resp.* (figure 1h) pour le roulement 7208). Le rôle de la cage est double, elle assure, d'une part, une répartition conforme du chargement dans le roulement, et d'autre part, un espacement entre les éléments roulants lors du fonctionnement. Il convient néanmoins de préciser que les éléments constitutifs de la cage n'interagissent qu'avec les éléments roulants et les parois additionnelles toriques.

Composant	Élément	Paroi interne	Paroi externe	Pistes	Cage
Rayon	R_b	R_i	R_e	$R_c^i = R_c^e$	R_z 6208 - R_z 7208
Dimension (mm)	6,3	24,0	36,6	6,552	4,19 - 1,01

TABLE 1 – Caractéristiques géométriques des roulements 6208 et 7208

2.1 Raideurs de contact

Le modèle de rigidité de contact utilisé dans la modélisation discrète est basé sur une formulation explicite établie par Cundall *et al.* [8]. Les forces de contact sont obtenues à l'aide du modèle de Kelvin-Voigt de type ressort-amortisseur et d'une loi de frottement sec de Coulomb (figure 2).

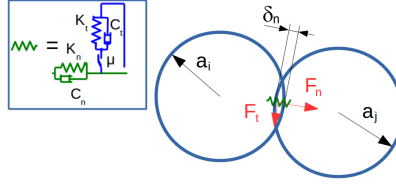


FIGURE 2 – Modèle de contact implémenté dans le jumeau numérique

Les efforts de contact $F_{n,t}$ dans les directions normale et tangentielle sont calculés explicitement par les biais des raideurs de contact, des déplacements relatifs, des coefficients de frottement et d'amortissement (1).

$$\begin{cases} F_{n,t} = K_{n,t} \delta_{n,t} + C_{n,t} v_{n,t} \\ \text{avec} \\ F_t = -\min(F_t, \mu F_n) \times \text{sgn}(v_t) \end{cases} \quad (1)$$

où $\delta_{n,t}$ sont les déplacements relatifs normal et tangentiel, $K_{n,t}$ les raideurs normale et tangentielle, $C_{n,t}$ les coefficients d'amortissement normal et tangentiel, $v_{n,t}$ les vitesses relatives normale et tangentielle et μ le coefficient de frottement de Coulomb pour un contact glissant. Le coefficient d'amortissement normal C_n , permettant de stabiliser mécaniquement le roulement, résulte d'effets hystérétiques et(ou) élastohydrodynamiques. Le coefficient d'amortissement tangentiel C_t est souvent plus difficile à évaluer, il est cependant admis que le rapport $\frac{C_t}{C_n}$ soit compris dans l'intervalle $[0, 1]$.

La raideur de contact normale K_n dépend des caractéristiques mécaniques des composants du roulement et des courbures des surfaces en contact. K_n varie non-linéairement en fonction de δ_n : $K_n \propto \delta_n^{1/2}$. S'agissant d'un contact hertzien de type elliptique [9], la raideur normale K_n au contact bille/piste de roulement (extérieure ou intérieure) est obtenue par une approximation des intégrales elliptiques (2) :

$$\begin{cases} K_n = \frac{2\pi\kappa G}{(1-\nu)} \sqrt{\frac{2\bar{E}R_{courbe}}{9\bar{\mathcal{F}}^3}} \delta_n^{1/2} \\ R_{courbe} = \frac{R_x R_y}{R_x + R_y} \\ R_x = \frac{R_{1x} R_{2x}}{R_{2x} \pm R_{1x}}, R_y = \frac{R_{1y} R_{2y}}{R_{2y} - R_{1y}} \end{cases} \quad (2)$$

avec R_{courbe} le rayon de courbure, R_x le rayon effectif dans la direction x , R_y le rayon effectif dans la direction y (figure 3a-b), κ le paramètre d'ellipticité ($\kappa = \alpha \frac{2}{\pi}$, $\alpha = \frac{R_y}{R_x}$), $\bar{\mathcal{F}}$ l'approximation de l'intégrale elliptique de premier type ($\mathcal{F} = 1 + q \ln \alpha$, $q = \frac{\pi}{2} - 1$) et \bar{E} l'approximation de l'intégrale elliptique de second type ($\bar{E} = 1 + \frac{q}{\alpha}$). Le rayon effectif R_x est calculé à la fois dans le cas d'un contact convexe (élément/piste interne) et concave (élément/piste externe). Par souci de clarté, notons que $R_b = R_{1x} = R_{1y}$, $R_{2x} = R_i$ et $R_{2y} = R_c^i = R_c^e$. $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ est le module de cisaillement dans le cas de deux matériaux identiques en contact, E le module de Young ($E = 210$ GPa) et ν le coefficient de Poisson ($\nu = 0,3$). Pour les contacts éléments roulants/éléments cage, la raideur normale de contact K_n , selon [10], est donnée par l'expression (3) :

$$K_n = \frac{4G\sqrt{R_{eq}}}{3(1-\nu)} \delta_n^{1/2} \quad (3)$$

où $R_{eq} = \frac{r_i r_j}{r_i + r_j}$ est le rayon équivalent pour un contact entre deux éléments sphériques, de rayons respectifs r_i et r_j . La rigidité tangentielle de contact est déduite de la rigidité normale, telle que le rapport $\frac{K_t}{K_n}$ soit

compris dans l'intervalle $[\frac{2}{3}, 1]$ [8]. D'après [10], la rigidité tangentielle K_t est fonction de la réaction normale F_n .

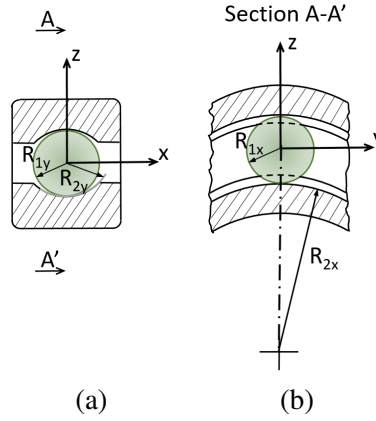


FIGURE 3 – Courbures de contact dans deux sections de coupe orthogonales du roulement : (a) plan $x - z$ - (b) plan $y - z$

2.2 Coefficients d'amortissement et paramètre de fluide

L'introduction d'un coefficient d'amortissement ajoute une force dissipative au modèle mécanique (1) et contribue, par la même, à la stabilité du système en régime dynamique. Lorsque les surfaces sont directement en contact (éléments roulants/pistes), le coefficient d'amortissement, C_{hyst} , est purement hystérétique (4).

$$C_{hyst} = \frac{3\alpha_e K_n \delta_n}{2} \quad (4)$$

avec $\alpha_e = 0,08 \text{ s.m}^{-1}$ le coefficient de restitution de l'acier [11].

Dans les systèmes mécaniques tels que les roulements, cames ou engrenages, le contact est considéré non conforme avec une lubrification de type élastohydrodynamique. Ces systèmes mécaniques sont souvent conçus pour que le film du lubrifiant soit suffisamment épais, plus de $1\mu\text{m}$, pour envelopper les surfaces de contact. Selon la relation donnée dans [12], le coefficient d'amortissement C_{fluide} , dû à la lubrification, s'écrit (5) :

$$C_{fluid} = \frac{3\pi\eta a}{\sqrt{2}} \left(\frac{R_b}{h_{min}} \right)^{3/2} \quad (5)$$

avec $\eta = 0,04 \text{ Pa.s}$ la viscosité dynamique du fluide à la température de fonctionnement et pression atmosphérique [13], a le demi-axe majeur de l'aire de contact elliptique de Hertz [14] et h_{min} l'épaisseur minimum de fluide au contact élément roulant/piste intérieur (ou extérieur). En tenant compte de l'effet de la pression au contact sur le film de fluide, Hamrock a établi l'expression de h_{min} en régime piézo-visqueux-élastique [9]. Une formulation enrichie de h_{min} est proposée dans [7] dans laquelle l'effet du paramètre d'ellipticité κ est pris en compte (6) :

$$\frac{h_{min}}{R_x} = 1,637 \bar{U}_r^{0,711\kappa-0,023} \bar{E}^{0,65\kappa-0,045} \bar{W}^{-0,09\kappa-0,15} (1 - 0,974e^{-0,676\kappa}) \quad (6)$$

\bar{E} , \bar{U}_r et \bar{W} sont trois paramètres sans dimension : $\bar{E} = \xi E'$, avec ξ le coefficient de viscosité-pression du lubrifiant à la température de fonctionnement et pression atmosphérique ($\xi = 2,3 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$), $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ le module d'élasticité effectif de l'acier ; $\bar{U}_r = \frac{\eta U_r}{E' R_x}$, avec U_r la vitesse de roulement ; $\bar{W} = \frac{Q_\psi}{E' R_x^2}$, avec Q_ψ l'effort radial exercé par l'élément roulant sur la piste intérieure (ou extérieure) (figure 4a). Le régime de lubrification est caractérisé par le paramètre de fluide Λ_f proposé par Tallian [15], et est estimé par le rapport entre l'épaisseur minimale du film fluide et la rugosité équivalente des surfaces en contact (7).

$$\Lambda_f = \frac{h_{min}(Q_\psi, \omega_{arbre})}{1,25 \times \sqrt{\sigma_{a1}^2 + \sigma_{a2}^2}} \simeq \frac{h_{min}(Q_\psi, \omega_{arbre})}{3,75 \times 10^{-7}} \quad (7)$$

où ω_{arbre} est la vitesse angulaire de l'arbre (bague intérieure), σ_{a1} et σ_{a2} sont les moyennes arithmétiques des rugosités des surfaces en contact, respectivement de la piste de roulement (intérieure ou extérieure) et de l'élément roulant. Il est admis que la rugosité des pistes σ_{a1} soit de l'ordre de quelques dixièmes de microns ($\sim 3 \times 10^{-7}m$) et que la rugosité des éléments roulants puisse être négligée ($\sigma_{a2} \ll \sigma_{a1}$) [16, 17].

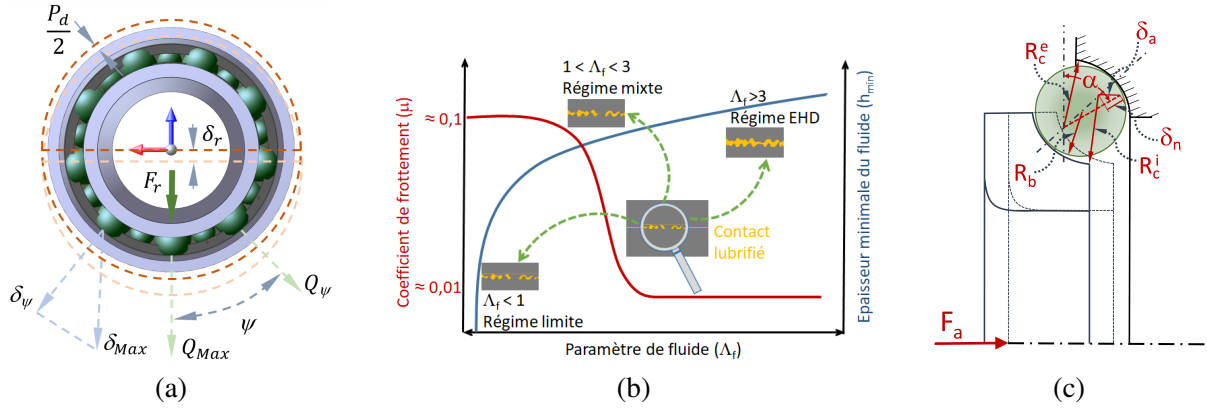


FIGURE 4 – (a) Enfoncement δ_r résultant d'un chargement radial F_r - (b) Représentation schématique de la courbe de Stribeck et identification des régimes de lubrification prédominants - (c) Roulement à contact oblique sous chargement axial

D'après la courbe de Stribeck [18], le coefficient de frottement μ est corrélé au paramètre Λ_f (figure 4b), dont la valeur dépend du régime de lubrification. Par conséquent, l'amortissement normal $C_n(\Lambda_f)$ est déterminé en fonction du régime de lubrification comme indiqué dans le tableau 2. Notons que pour les contacts éléments roulants/éléments cage, la dissipation visqueuse est supposée critique.

h_{min}	$< \sigma_a$	$\sim \sigma_a$	$\gg \sigma_a$
Λ_f	< 1	$\in]1, 3]$	$\in]3, 5]$
$C_n(\Lambda_f)$	C_{hyst}	$\left(\frac{1}{C_{hyst}} + \frac{1}{C_{fluid}}\right)^{-1}$	C_{fluid}
$\mu(\Lambda_f)$	$\approx 0,1$ élevé	$\in]0,01 - 0,1[$ modéré	$\approx 0,01$ faible

TABLE 2 – Identification de l'amortissement visqueux C_n et du coefficient de frottement μ en fonction du paramètre de fluide Λ_f

3 Résultats numériques et discussion

Dans un premier temps, cette section est dédiée à la validation du jumeau numérique en termes d'indicateurs bien connus dans le domaine des roulements. Dans un second temps, il s'agira d'extraire du jumeau numérique, en conditions de fonctionnement réelles, des informations sur l'état mécanique et le régime de lubrification du roulement simulé. Rappelons ici que la solution dynamique découle d'une résolution numérique, basée sur l'algorithme Verlet vitesse, des équations de la 2^e loi de Newton.

3.1 Distributions des déplacements et efforts normaux

Dans le cas du roulement à contact radiale 6208 soumis à un chargement radial F_r (figure 1a) les distributions des enfoncement et effort radiaux, δ_ψ et Q_ψ , sont données respectivement par les équations (8a) et (8b) :

$$\delta_\psi = \delta_r \cos\psi - \frac{1}{2}P_d \quad (8a)$$

$$Q_\psi = Q_{max} \left[1 - \frac{(1 - \cos\psi)}{2\varepsilon} \right]^{3/2} \quad (8b)$$

où ψ est l'angle azimut, δ_r et Q_{max} sont respectivement l'enfoncement radial et l'effort normal maximal à $\psi = 0$, ε est le paramètre de charge $\left(\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P_d}{2\delta_r}\right)\right)$ et P_d est le jeu diamétral ($P_d < 0$, $\varepsilon > 0,5$; $P_d = 0$, $\varepsilon = 0,5$; $P_d > 0$, $\varepsilon < 0,5$) (figure 4a). Les courbes des figures 5a-b des grandeurs δ_ψ et Q_ψ , pour différents paramètres de charge ε , montrent une très bonne adéquation des résultats numériques avec la solution analytique donnée par [19]. Dans le cas du roulement à contact oblique 7208 à jeu nul ($P_d = 0$) et sous chargement combiné F_r et F_a , *resp.* radial et axial, le paramètre de charge ε s'exprime en fonction de l'enfoncement radial δ_r et axial δ_a [19] : $\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\delta_a \times \tan\alpha}{\delta_r}\right)$, avec α l'angle de contact (figure 4c). Les expressions de l'enfoncement radial δ_ψ et de l'effort normal Q_ψ restent inchangées (8a) et (8b). Les courbes des figures 5c-d, montrant la variation de δ_ψ et Q_ψ pour différentes conformités $\left(B = \frac{R_c^i + R_c^e}{2R_b} - 1\right)$, sont également en bon accord avec la solution analytique [19]. Notons que les résultats numériques des figures 5c-d sont obtenus en dynamique ce qui explique les faibles fluctuations observées sur les courbes.

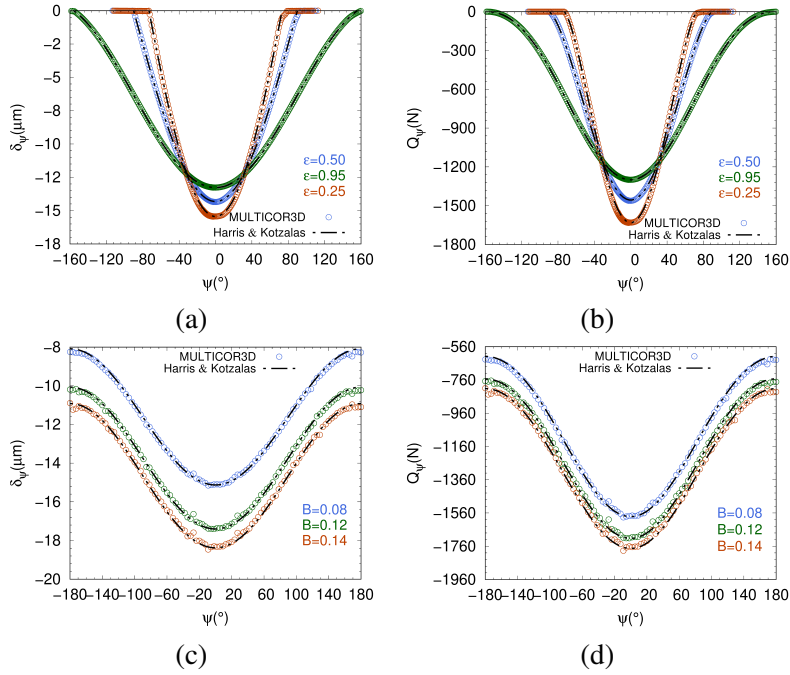


FIGURE 5 – Enfoncement radial δ_ψ et effort radial Q_ψ : (a-b) $F_r = 3000\text{ N}$, $F_a = 0\text{ N}$ - (c-d) $F_r = F_a = 3000$

Les figures 6a-b montrent les grandeurs cinématiques simulées avec une vitesse $\omega_{arbre} = 500\text{ rad/s}$, imposée aux roulements 6208 et 7208, respectivement pour $\varepsilon = 0,5$, $B = 0,04$, $F_r = 3000\text{ N}$, $F_a = 0\text{ N}$ et $\varepsilon = 2,46$, $B = 0,14$, $F_r = F_a = 3000\text{ N}$. La prédiction numérique de ω_{bille} dans les deux cas est identique à la solution analytique $\omega_{bille,th} \left(\omega_{bille,th} = \frac{\omega_{arbre} R_i}{2R_b} = 952,4\text{ rad/s}\right)$, avec $\omega_{bille} = \sqrt{\omega_{x_b}^2 + \omega_{y_b}^2 + \omega_{z_b}^2}$. Les fréquences caractéristiques, communément calculées (BSF , FTF , $BPFO$, $BPFI$), sont prédites par le jumeau numérique avec une grande précision, atteignant au minimum 99% de la valeur théorique.

3.2 Régimes de lubrification

Cette partie est dédiée à l'identification du régime de lubrification (7) en fonction des conditions de pilotage dans le cas du roulement 6208 (ω_{arbre} , paramètre de charge ε , conformité B , chargement

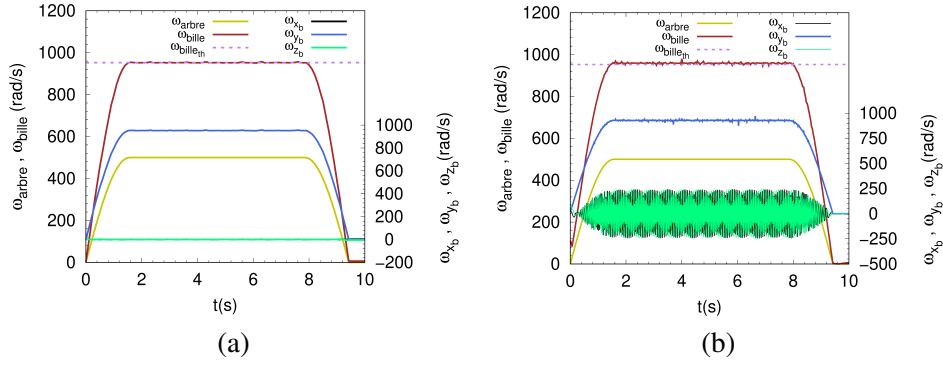


FIGURE 6 – Grandeurs cinématiques avec $\omega_{arbre} = 500 \text{ rad/s}$: (a) roulement 6208 - (b) roulement 7208

F_r). L'évolution du paramètre de fluide aux interfaces billes/pistes de roulement (*resp.* intérieure et extérieure), lors des phases de démarrage et d'arrêt, est clairement observée sur les figures 7a-b. En régime de fonctionnement stationnaires (figure 7c), la zone chargée du roulement ($-90 \leq \psi \leq 90$) se trouve dans un régime de lubrification mixte; les paramètres de fluide Λ_f^i et Λ_f^e sont tous deux supérieurs à 1 (figure 4b). En raison d'un rayon effectif R_x plus élevé au contact billes/piste de roulement extérieure, le paramètre de fluide extérieur Λ_f^e est supérieur à son homologue intérieur Λ_f^i (figure 7c). À noter que le contact bille/piste extérieure est persistant par effet centrifuge, ce qui permet de tracer le paramètre fluide Λ_f^e sur une révolution, tandis que son homologue intérieur Λ_f^i ne peut être tracé que dans la zone chargée, car à l'extérieur de celle-ci le contact bille/piste intérieure est perdu.

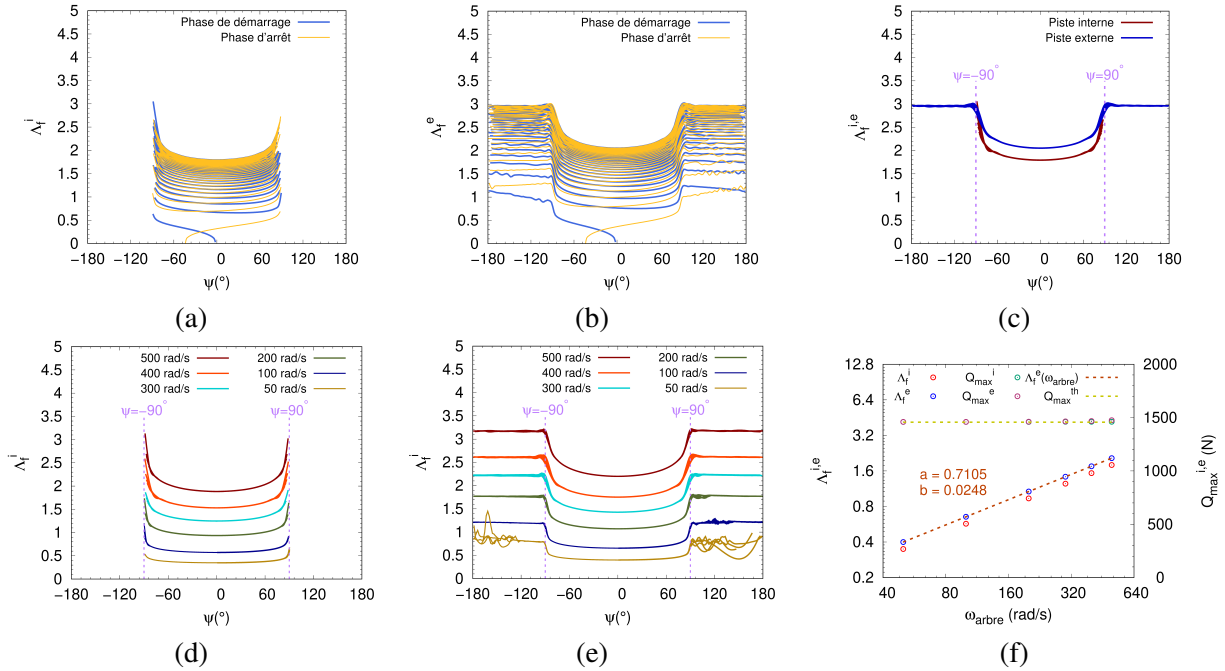


FIGURE 7 – (a-b) Paramètres de fluide Λ_f^i et Λ_f^e lors des phases de démarrage et d'arrêt *resp.* bille/pistes de roulement intérieure et extérieure - (c) Paramètres de fluide Λ_f^i et Λ_f^e en régime stationnaire - (d-e) Influence de la vitesse de pilotage ω_{arbre} sur les paramètres de fluide Λ_f^i et Λ_f^e - (f) Représentation logarithmique de $\Lambda_f^{i,e}$ en fonction de ω_{arbre}

La vitesse de rotation de l'arbre, ω_{arbre} , est la grandeur qui conditionne le plus le paramètre de fluide Λ_f , et par conséquent le régime de lubrification [4]. En effet, la transition du régime de lubrification limite au régime mixte (tableau 2), dans la zone la plus chargée et sous les mêmes conditions de pilotage que précédemment, s'opère à $\omega_{arbre} > 200 \text{ rad/s}$ et $\omega_{arbre} > 100 \text{ rad/s}$, respectivement aux contacts billes/pistes de roulement intérieure et extérieure (figures 7d-e). Les fluctuations observées sur le para-

mètre de fluide, notamment pour $\omega_{arbre} < 200 \text{ rad/s}$, apparaissent quand les éléments roulants quittent la zone chargée du roulement, et se trouvent ainsi soumis aux effets centrifuges, interactions de contact intermittentes et à l'amortissement visqueux (hystérétique et/ou fluide). La représentation logarithmique du paramètre fluide Λ_f en fonction de la vitesse de pilotage ω_{arbre} permet de confirmer la précision des prédictions du jumeau numérique (figure 7f), puisque la pente de l'ajustement ($a = 0,7105$) est sensiblement proche de l'exposant 0,711 du terme cinématique sans dimension \bar{U}_r de l'expression (6).

4 Conclusion

Les résultats numériques fournis par le jumeau numérique montrent bien la pertinence de l'utilisation de la MED comme outil de modélisation des roulements à billes. Les grandeurs physiques obtenues numériquement, nous renseignent de manière assez précise sur l'état dynamique et régimes de lubrification du roulement en conditions de fonctionnement. Les travaux en cours sur l'implémentation dans le jumeau numérique d'une formulation électrique, couplée à l'état mécanique et régime de lubrification, devraient aboutir à une corrélation entre l'état tribologie et la signature électrique du roulement [3].

Références

- [1] A. Sapietová and V. Dekýř. Dynamic analysis of rotating machines in msc.adams. *Procedia Engineering*, 136 :143 – 149, 2016. 20th International Conference : Machine Modeling and Simulations, MMS 2015.
- [2] C. Machado, M. Guessasma, and E. Bellenger. Electromechanical modeling by DEM for assessing internal ball bearing loading. *Mechanism and Machine Theory*, 92 :338–355, 2015.
- [3] C. Machado, M. Guessasma, and V. Bourny. Electromechanical prediction of the regime of lubrication in ball bearings using Discrete Element Method. *Tribology International*, 127 :69 – 83, 2018.
- [4] M. Guessasma and C. Machado. Three-dimensional DEM modelling of ball bearing with lubrication regime prediction. *Lubricants*, 6(2), 2018.
- [5] C. Sobie, C. Freitas, and M. Nicolai. Simulation-driven machine learning : Bearing fault classification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 127 :403 – 419, 2019.
- [6] C. Machado, M. Guessasma, and E. Bellenger. An improved 2D modeling of bearing based on DEM for predicting mechanical stresses in dynamic. *Mechanism and Machine Theory*, 113 :53–66, 2017.
- [7] M. Masjedi and M.M. Khonsari. On the effect of surface roughness in point-contact EHL : Formulas for film thickness and asperity load. *Tribology International*, 82 :228 – 244, 2015.
- [8] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [9] B.J. Hamrock and W.J. Anderson. *Rolling-Element Bearings*. For sale by the National Technical Information Service, 1983.
- [10] R.D. Mindlin and H. Deresiewicz. Elastic spheres in contact under varying oblique force. *ASME J. Appl. Mech.*, 20 :327–344, 1953.
- [11] K. H. Hunt and F. R. E. Crossley. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *Journal of Applied Mechanics*, 42 (2) :440–445, 1975.
- [12] T. L. H Walford and B. J Stone. The sources of damping in rolling element bearings under oscillating conditions. *The Institution of Mechanical Engineers*, 197, 1983.
- [13] Avraham Harnoy. *Bearing Design in Machinery : Engineering Tribology and Lubrication*. Mechanical Engineering, 2002.
- [14] B. J. Hamrock and D. Dowson. *Ball Bearing Lubrication : Elastohydrodynamics of Elliptical Contacts*. John Wiley & Sons Inc, 1981.
- [15] T. E. Tallian. Paper 14 : Rolling contact failure control through lubrication. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings*, 182(1) :205–236, 1967.
- [16] Tiago Cousseau, Beatriz Graça, Armando Campos, and Jorge Seabra. Grease aging effects on film formation under fully-flooded and starved lubrication. *Lubricants*, 3(2) :197–221, 2015.
- [17] Johan Guegan, Amir Kadiric, Antonio Gabelli, and Hugh Spikes. The relationship between friction and film thickness in EHD point contacts in the presence of longitudinal roughness. *Tribology Letters*, 64(3) :33, Oct 2016.
- [18] R. Stribeck. Ball bearings for various loads. *Trans. ASME*, 29 :420–463, 1907.
- [19] T. A. Harris and M. N. Kotzalas. *Rolling Bearing Analysis : Essential concepts of Bearing Technology*. 2006.