

Rupture de composites tissés : effets d'échelle et capacité des modèles d'endommagement et des techniques de régularisation à les représenter.

J. Rannou¹, V. Médeau^{1,2,3}, F. Laurin¹, A. Hurmane¹, F. Lachaud², S. Mousillat³

¹ ONERA-MAS, Université Paris Saclay

² ISAE-Supaero

³ Safran Aircraft Engines

Résumé — Ce travail porte sur la modélisation de la rupture de torons dans les composites tissés. La caractérisation expérimentale de la propagation de fissures dans de tels matériaux permet de mettre en évidence un effet d'échelle très marqué. Ce constat conduit à formuler un modèle de rupture comportant deux longueurs internes et à en proposer une méthode d'identification. Un modèle numérique basé sur un modèle d'endommagement continu est proposé. On attache une importance particulière à évaluer les capacités des méthodes de régularisation classiques (effet retard, *smearred crack*, non local, *phase field*) à reproduire les effets d'échelles.

Mots clés — composites tissés, endommagement, effets d'échelle, régularisation.

1 Introduction

Les matériaux composites sont désormais très répandus dans l'industrie aéronautique. Utilisés dans les structures primaires, il est la plupart du temps essentiel d'avoir une très bonne compréhension de leurs mécanismes de ruine et de savoir les modéliser au plus juste suivant l'application. Les composites tissés et en particulier les tissés 3D, présentent un volume élémentaire représentatif (VER) relativement grand par rapport aux stratifiés d'unidirectionnels. Cela constitue une difficulté importante pour la modélisation mais il a été montré que des modèles d'endommagement continus sont tout à fait pertinents jusqu'à un certain seuil de déformation ou de contrainte [1].

La transition endommagement/rupture, qu'il est parfois nécessaire de pouvoir simuler, reste cependant une difficulté majeure. D'une part, l'adoucissement qu'il est nécessaire d'introduire dans la loi de comportement nécessite de régulariser la formulation. En fonction des situations, les techniques de régularisation n'ont pas toujours de base physique et les paramètres qu'elles introduisent sont difficiles voire impossibles à identifier. D'autre part, la rupture fragile ou quasi-fragile des torons se caractérise à l'aide d'essais classiques (CT, SENB) qui permettent d'identifier des quantités propres à la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) telles qu'un taux de restitution de l'énergie critique. Cette quantité ne peut pas être intégrée directement dans une loi d'endommagement formulée localement.

La section 2 permet de mettre en évidence des effets d'échelle sur un matériau composite tissé 3D. L'analyse d'essais CT sur des éprouvettes de tailles différentes mais homothétiques a permis de constater que les règles de similitudes attendues en MLER n'étaient pas respectées, preuve qu'une longueur caractéristique est présente dans la structure [2]. Un modèle de rupture introduisant deux longueurs internes est proposé dans la section 3. On y montre que leur existence est qualitativement corrélée à des observations de la méso-structure par tomographie et microscopie post mortem et on y propose une méthode d'identification. Dans la section 4, on tente de simuler les essais avec un modèle d'endommagement. Différentes méthodes de régularisation ont été testées : effet retard, *smearred crack*, ou endommagement à gradient. Au sein de cette dernière famille, l'approche variationnelle de la rupture [3] (sur laquelle se base la méthode *phase field* [4]) semble particulièrement intéressante pour reproduire les effets d'échelle et capturer la transition endommagement/rupture.

Pour des raisons de confidentialité industrielle liées au matériau étudié, certaines valeurs numériques ne sont pas données ou sont adimensionnées.

2 Mise en évidence des effets d'échelle

Une campagne de caractérisation de la ténacité de composites tissés 3D à partir d'essais CT et SENB a été conduite. Ces essais sont courants et sont standardisés pour caractériser des matériaux métalliques ou plastiques. Afin d'étudier les effets d'échelles, différentes tailles d'éprouvettes CT ont été testées. Elles sont toutes homothétiques dans le plan (épaisseurs identiques) avec des facteurs allant de 0.75 à 2.5, la taille 1 correspondant à la taille standardisée [5]. La ténacité a été évaluée sur la base des hypothèses d'une rupture fragile. Un grand soin a été attaché au protocole expérimental, à l'évaluation de la longueur de fissure et aux méthodes d'analyses. Ceci ne fait pas l'objet de cette communication mais les détails peuvent être trouvés dans [6].

La Figure 1 montre le taux de restitution de l'énergie critique G_c évalué pour chaque type d'éprouvette (géométrie, taille). Ils correspondent à des points de propagation stabilisés d'une courbe R classique et il a été vérifié que d'autres modes de rupture ne sont pas activés (par exemple une rupture en compression en extrémité d'éprouvette qui peut se produire en fin d'essai sur une éprouvette CT). Ces résultats montrent une importante variation de G_c et l'hypothèse de Griffith, qui consiste à dire que cette quantité est intrinsèque au matériau, n'est donc ici pas vérifiée.

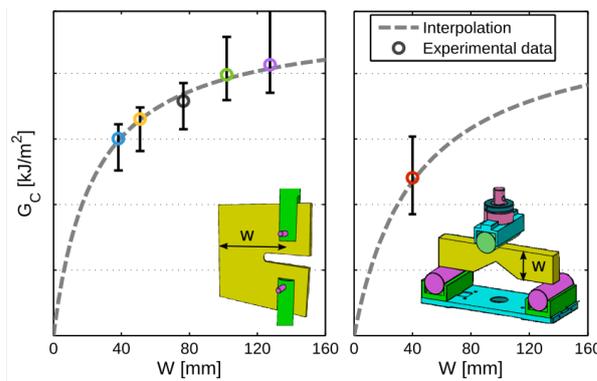


FIGURE 1 – Évolution des taux de restitution de l'énergie critiques G_c pour différentes tailles d'éprouvette CT et pour une éprouvette SENB. Les axes des ordonnées sur les deux diagrammes sont identiques. Le trait pointillé correspond à la règle de similitude de la section 3.

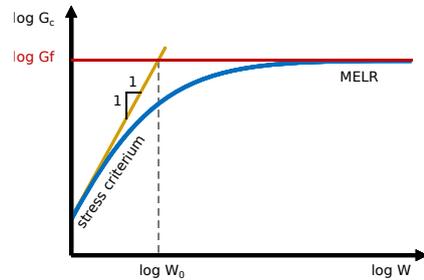


FIGURE 2 – Règle de similitude pour une rupture en contrainte (en jaune) ou en propagation (en rouge) et zone de transition (en bleu) [2]

D'une manière plus générale, Bažant montre dans [2] qu'en l'absence de longueur interne, les différentes quantités d'intérêt (par exemple la contrainte à rupture σ_c ou G_c) suivent des lois en puissance du facteur d'homothétie $\lambda = W/W_0$. En particulier pour une homothétie plane et tel qu'illustré sur la Figure 2 on a :

$$\begin{aligned} \text{pour une rupture en propagation de fissure fragile : } & \sigma_c \propto \lambda^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow G_c \propto \lambda^0 \\ \text{pour une rupture pilotée par un critère en contrainte : } & \sigma_c \propto \lambda^0 \Leftrightarrow G_c \propto \lambda^1 \end{aligned} \quad (1)$$

Le fait que la relation entre les différents G_c mesurés pour différentes tailles ne se mettent pas sous une des deux formes précédentes suggère que nous sommes ici dans une zone de transition entre les deux régimes (voir Figure 2). Dans le cadre des matériaux du génie civil et des matériaux quasi-fragiles en général, Bažant a montré [7] que l'introduction d'une longueur interne dans le modèle de rupture permet d'étendre le cadre de la MLER. Il propose en particulier une loi de similitude qui s'exprime comme ceci :

$$G_c = \frac{G_f}{1 + \frac{W}{W_0}} \quad (2)$$

Cette expression permet de faire la transition entre un régime de propagation fragile et un régime de ruine obéissant à un critère en contrainte. Quand la taille caractéristique de l'éprouvette ou de la fissure W est significativement plus grande qu'une taille de référence W_0 , le taux de restitution de l'énergie critique apparent G_c tend vers une valeur asymptotique G_f qui correspond au taux de restitution de l'énergie

critique de la théorie de Griffith. Quand $W \ll W_0$ on a $G_c \propto W$ de manière cohérente avec une rupture piloté par un critère en contrainte. Une identification par régression linéaire sur les paramètres G_f et W_0 permet d'expliquer l'évolution de G_c pour les différentes éprouvettes CT. Mais le W_0 est a priori dépendant de la géométrie de l'éprouvette cette identification ne pourrait pas être utilisée pour expliquer la valeur obtenue sur l'essai SENB. Il convient alors de faire le lien entre W_0 , la géométrie de l'éprouvette et une longueur interne c_f dont on espère qu'elle peut être intrinsèque au matériau.

3 Modèle à longueur interne

L'analyse des effets d'échelle suggère la présence d'une longueur interne. Une observation post mortem des échantillons en microscopie et en tomographie a été réalisée et a permis d'identifier deux phénomènes intéressants :

- en avant du front de fissure, on observe systématiquement une zone intermédiaire où certains torons sont rompus et d'autres non (Figure 4).
- une mesure de la longueur de *pull out* des torons de part et d'autre de la fissure a permis d'identifier que la répartition statistique de ces longueurs ne dépend pas de la taille de l'éprouvette (Figure 3).

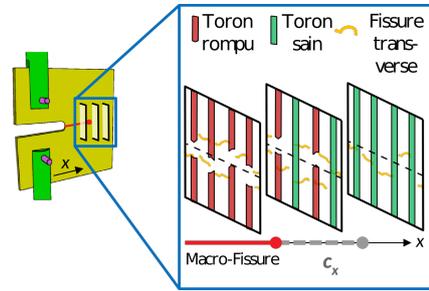
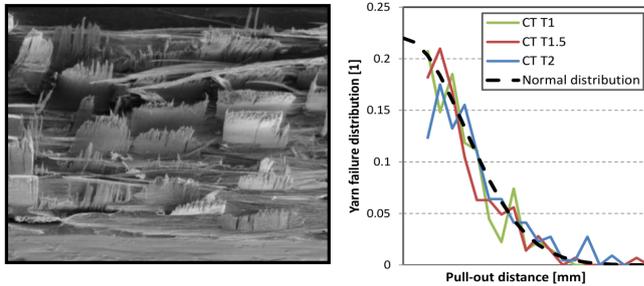


FIGURE 3 – Observation et mesure des longueurs de *pull out* (déchaussement de fibres) sur une face de la fissure pour des éprouvettes de facteur λ de 1, 1.5 et 2.

FIGURE 4 – Schématisation des ruptures de torons telles qu'observées par tomographie.

On propose alors un modèle mécanique qui introduit deux longueurs internes c_x et c_y associées aux deux observations précédentes. La Figure 5 illustre que la configuration "fragile" n'est pas équivalente à la configuration "réelle" comportant une zone voisine de la surface de fissure endommagée. On recherche une configuration élastique équivalente en terme de champ lointain (éloigné de la zone à forts gradients proche du front de fissure) en introduisant les deux paramètres de longueur. En se référant à [7], on propose l'expression suivante qui explicite la valeur de W_0 dans l'expression (2) :

$$G_c = \frac{G_f}{1 + \frac{\partial_{c_x} g(x)}{g(x)} \frac{c_x}{W} + \frac{\partial_{c_y} g(x)}{g(x)} \frac{c_y}{W}} \quad (3)$$

La fonction $g(x)$ dépend uniquement de la géométrie et de la position relative du front de fissure x de telle manière que pour chaque taille d'éprouvette on ait :

$$G = \frac{F^2}{W} g(x) \quad (4)$$

Le lien entre le taux de restitution de l'énergie G et la force F peut être évaluée à l'aide de simulations par éléments finis élastiques linéaires du problème équivalent. On peut ainsi approximer $g(x)$ ainsi que sa variation avec les paramètres c_x et c_y . À partir de l'expression 3 et des valeurs expérimentales on peut par régression linéaire déterminer les paramètres G_f , c_x et c_y . Le résultat de ce modèle, une fois identifié, est illustré par la courbe grise pointillée sur la Figure 1. On constate qu'elle reproduit très bien les réponses expérimentales pour différentes tailles d'éprouvettes et pour deux géométries.

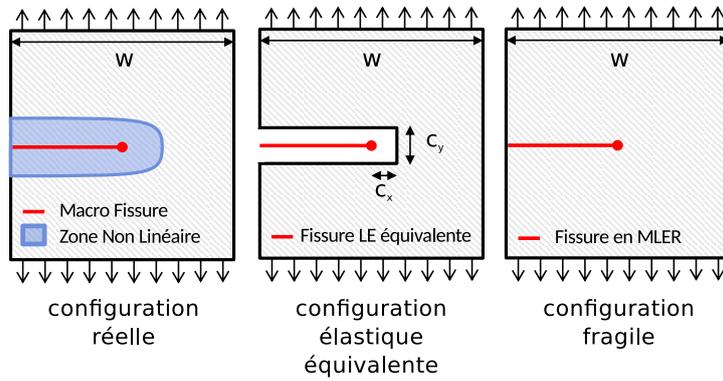


FIGURE 5 – Configurations mécaniques équivalentes

4 Modèle numérique et régularisation

On s’intéresse à présent à la capacité des modèles d’endommagement à capturer la transition endommagement/rupture et surtout à représenter correctement les effets d’échelles mis en évidence précédemment sur les éprouvettes CT. Pour aller jusqu’à la rupture, les modèles d’endommagement doivent comporter un caractère adoucissant qui pose systématiquement la difficulté de la perte d’ellipticité du problème. Pour mener à bien les calculs, il faut alors mettre en œuvre des techniques de régularisation qui permettent la formulation d’un problème bien posé. On classe ici ces techniques dans trois grandes familles :

- les méthodes de type *crack band* qui présentent un problème de localisation mais qui permettent de contrôler l’énergie dissipée en adaptant la loi de comportement à la taille caractéristique de l’élément [8].
- les méthodes qui introduisent une forme de viscosité telles que l’effet retard ou le taux limité [9]
- les méthodes à gradient parmi lesquelles le non-local [10, 11] ou l’approche variationnelle de la rupture (ou *phase field*) [3, 4].

Le modèle d’endommagement utilisé ici est une version simplifiée du modèle ODM (Onera Damage Model) dans lequel on a conservé une variable d’endommagement dans la seule direction de la traction [1]. Il est important de noter que pour toutes les tailles d’éprouvettes CT le maillage sur la zone d’endommagement potentiel est identique.

Méthode *crack band*

Cette méthode présente en général l’inconvénient d’être très sensible au maillage puisqu’elle n’évite pas à proprement parlé la localisation engendrée par la perte d’ellipticité. Cependant, lorsque le trajet de fissure est droit et connu à l’avance, l’utilisation d’un maillage régulier rend l’utilisation de cette méthode tout à fait pertinente. Elle consiste à adapter la loi de comportement pour contrôler la densité volumique d’énergie dissipée. Étant donné que l’endommagement se localise sur une bande d’éléments ou une bande de points d’intégration, la connaissance a priori de la largeur de bande permet de contrôler l’énergie surfacique dissipée (G_c). Cette méthode est cependant incapable de représenter la zone de transition entre les deux régimes de ruine. Les simulations par éléments finis permettent de constater sans surprise que seule la règle de similitude en régime de propagation est capté.

Introduction de viscosité

Les méthodes de régularisation par effet retard ou par taux limité (avec saturation de la vitesse d’endommagement) ont fait la preuve de leur efficacité pour traiter des problèmes dynamiques [9, 12]. Nous avons ici utilisé l’effet retard sur notre problème quasi-statique. La figure 6 illustre la réponse force-déplacement ($F-d$) ainsi que la réponse $F/W - d/W$ correspondant à la règle de similitude “en critère en contrainte”. Ce type de réponse a été observé pour toutes les valeurs de paramètre visqueux testés. L’introduction d’un effet retard simple, en quasi-statique, semble donc ne pas pouvoir capturer la zone de

transition d'échelle. De plus "l'épaisseur" de la zone d'endommagement n'est pas facilement contrôlable (voir Figure 6), et il est difficile de contrôler l'énergie de rupture dissipée et de paramétrer le modèle avec le taux de restitution de l'énergie critique.

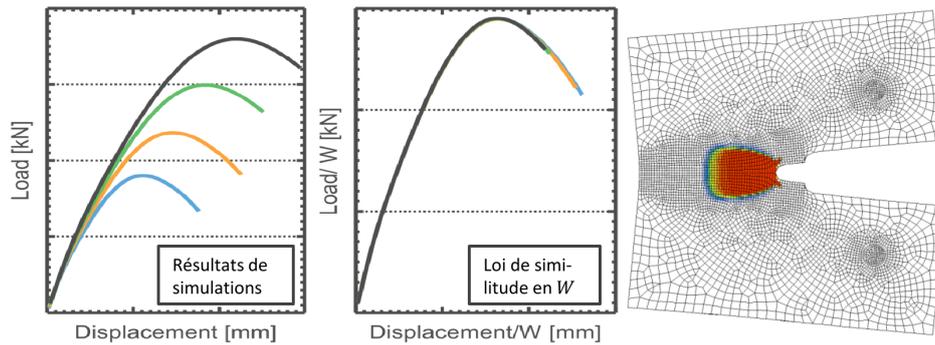


FIGURE 6 – Réponse F–d et F/W–d/W d'un modèle d'endommagement régularisé par effet retard pour différentes tailles d'éprouvettes.

Modèles d'endommagement à gradient

Cette classe de modèle est relativement large et contient de nombreuses variantes. Parmi celle-ci, les méthodes non-locales [10, 11] sont relativement populaires. Leur inconvénient dans le cadre de ce travail est qu'il est, comme pour la régularisation visqueuse, difficile de contrôler la largeur de la zone endommagée et donc d'introduire dans le modèle une valeur de G_c (passage d'une dissipation volumique à une dissipation surfacique). La méthode *phase field* fondamentalement basée sur l'approche variationnelle de la rupture [13, 3] est en revanche construite pour contrôler la dissipation surfacique en propagation fragile. G_c est un paramètre du modèle dont il a été montré qu'il converge vers la mécanique de la rupture fragile quand le paramètre de longueur interne l tend vers 0.

Des simulations numériques sur différentes tailles d'éprouvettes CT ont été réalisées. Il faut noter qu'ici la version simplifiée du modèle ODM n'est plus utilisée, c'est la formulation présentée dans [4] qui a été utilisée. La Figure 7 montre que l'on retrouve de manière très satisfaisante la transition entre les deux régimes de lois de similitude. Le modèle a été paramétré par G_f et les valeurs de G_c apparents qui sont affichées sur la figure ont été calculées en post-traitement. La longueur interne l qui a été utilisée a été ajustée pour correspondre au mieux aux résultats expérimentaux et à été évaluée à $0.75c_x$ où c_x est la valeur qui a été identifiée par la méthode évoquée en section 3. Le maillage utilisé a été adapté en conséquence de manière à avoir environ un rapport 3 entre l et la taille de maille.

La classe des méthodes *phase field* semble donc prometteuse pour capturer les effets d'échelles présent sur les matériaux composites tissés. Le passage à des structures plus complexes demeure cependant encore difficile du fait de la difficulté à faire converger ce type de modèles.

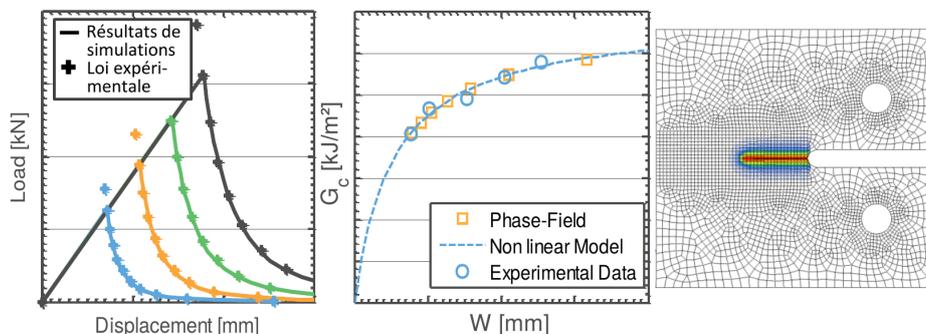


FIGURE 7 – Réponse F–d et évolution du G_c apparent obtenus avec un modèle *phase field*.

5 Conclusions

Ce travail avait pour objectif de mettre en évidence la présence d'une longueur interne intrinsèque au matériau composite tissé étudié. Cette mise en évidence a été possible en analysant les effets d'échelles sur des éprouvettes homothétiques. Les mécanismes physiques pouvant expliquer la présence de cette longueur interne ont été observés expérimentalement et un modèle permettant de calculer un G_c apparent en fonction de la géométrie de l'éprouvette, de la fissure et de deux longueurs a été proposé. Pour finir, différentes techniques de régularisation de modèles d'endommagement adoucissants ont été comparées sur le critère discriminant de leur capacité à représenter les effets d'échelles constatés. De ce point de vue, la classe des modèles *phase field* semble tout à fait prometteuse.

Remerciements

Cette étude a été menée dans le cadre du PRC MECACOMP, projet co-financé par la DGAC et le groupe Safran et impliquant Safran, l'Onera et le CNRS.

Références

- [1] Antoine Hurmane, Anne Mavel, Pascal Paulmier, and Frederic Laurin. Combined experimental and modelling approaches for strength analysis of 3d woven composites : from elementary coupons to complex aeronautical structures. *AerospaceLab Journal*, (12) :pages–1, 2016.
- [2] Zdenek P Bažant. Scaling laws in mechanics of failure. *Journal of Engineering Mechanics*, 119(9) :1828–1844, 1993.
- [3] B. Bourdin, G.A. Francfort, and J-J. Marigo. Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(4) :797 – 826, 2000.
- [4] C Miehe, F Welschinger, and M Hofacker. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field fe implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83(10) :1273–1311, 2010.
- [5] ASTM E399-90(1997), Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials, 1997.
- [6] V. Médeau, F. Laurin, J. Rannou, A. Hurmane, and F. Quillent, H.and Lachaud. Caractérisation expérimentale de la propagation de fissures dans des composites tissés 3d et influence des effets d'échelle. In *Journées Nationales des Composites (JNC)*, 2017.
- [7] Zdenek P Bazant and Jaime Planas. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*, volume 16. CRC press, 1997.
- [8] Zdeněk P Bažant and Byung H Oh. Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et construction*, 16(3) :155–177, 1983.
- [9] O. Allix and J-F Deü. Delayed-damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transactions/Rozprawy Inzynierskie*, 45(1) :29–46, 1997.
- [10] Z.P. Bažant and G. Pijaudier-Cabot. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. *Journal of Applied Mechanics*, 55(2) :287–293, 1988.
- [11] RHJ Peerlings, R de Borst, WAM Brekelmans, and JHP deVree. Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39(19) :3391–3403, OCT 15 1996.
- [12] Arnaud Suffis, Ton A.A. Lubrecht, and Alain Combescure. Damage model with delay effect : Analytical and numerical studies of the evolution of the characteristic damage length. *International Journal of Solids and Structures*, 40(13–14) :3463 – 3476, 2003.
- [13] Gilles A Francfort and J-J Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(8) :1319–1342, 1998. phase field.