

Estimation de champs de contraintes en pointe de fissure par une approche Data-Driven

R. Langlois, J. Réthoré, M. Coret

GeM, UMR 6183 CNRS, Ecole Centrale Nantes, {raphael.langlois,julien.rethore,michel.coret}@ec-nantes.fr

Résumé — La loi de propagation d'une fissure de fatigue dans un matériau élasto-plastique sous un chargement non-proportionnel reste mal connue. La contrainte T semble un paramètre important à prendre en compte dans ces lois. Des essais de fatigue sur géométrie "complexe" ont été réalisés et montre une grande variation de la contrainte T à l'approche d'un défaut macroscopique. En utilisant une approche Data-Driven non-paramétrique, nous proposons une estimation des champs de contraintes en pointe de fissure afin d'estimer la déformation plastique associée sans recours à un modèle de comportement.

Mots clés — Data-driven, plasticité, fissure de fatigue, contrainte T.

1 Introduction

Le développement des techniques de mesures de champs (DIC ou LSA) couplées à des méthodes d'identifications (FEMU ou VFM) ont permis de développer des lois de comportement plus complexes et plus "représentatives" des cas réels [1]. Cependant, l'écriture de telles lois n'est pas toujours aisée et peut induire par essence des erreurs de modélisation. Kirchdoerfer et Ortiz ont proposé une alternative au calcul de structure à partir de relations de comportement non paramétriques en utilisant des bases de données matériaux [2]. Ces bases de données "riches" doivent cependant être construites. Pour cela, deux méthodes de construction ont été proposées récemment [4] [3].

Les mesures de champs ont également permis d'améliorer la caractérisation des lois de propagation de fissures [9]. Ainsi, ces mesures ont permis, en particulier, de mettre en évidence une forte variation de l'amplitude de la contrainte T sur des éprouvettes plates possédant une entaille et un trou central [5] (Benchmark du GDR FATACRACK). Une étude récente [6] indique que le signe de la contrainte T a une forte influence sur la géométrie de la zone plastique.

On propose dans cet article d'estimer les champs de contrainte et de déformation plastique en pointe de fissure, sans présupposer de relation de comportement paramétrique du matériau. La méthode de calcul est inspirée de [4].

2 Méthodes

2.1 Mesures expérimentales

Éprouvettes : les éprouvettes sont en acier 316L dont la géométrie correspond à une SENT modifiée et de dimensions : $200 \times 50 \times 4 \text{ mm}^3$ (hauteur \times largeur \times épaisseur). L'éprouvette est percée d'un trou central de diamètre 5 mm et l'entaille est décalée de 6 mm par rapport au centre du trou.

Acquisition des données et procédure d'essai : une image de référence est prise à effort nul. Ensuite, l'essai comporte trois séquences (figure 2).

- Séquence A : on acquiert 3 images pour un cycle, deux au minimum d'effort et une pour le maximum,
- Séquence B : N cycles en effort sont imposés à la fréquence de 10 Hz,
- Séquence C : on impose une montée et une descente en 10 paliers permettant d'acquérir 21 photos (10 à la charge, 1 au maximum et 10 décharge).

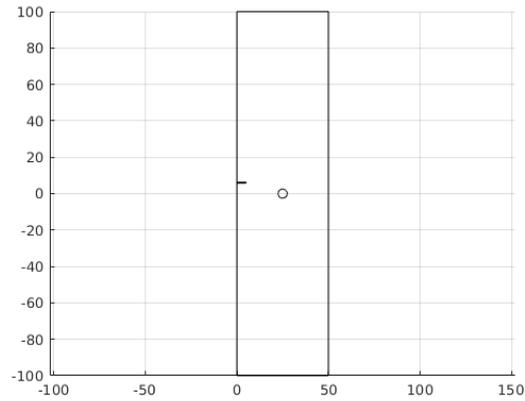


FIGURE 1 – Géométrie des éprouvettes et repère de l'éprouvette

Durant l'essai, le bloc de séquences $[(A + B) \times 10 + C]$ est répété jusqu'à la rupture complète de l'éprouvette.

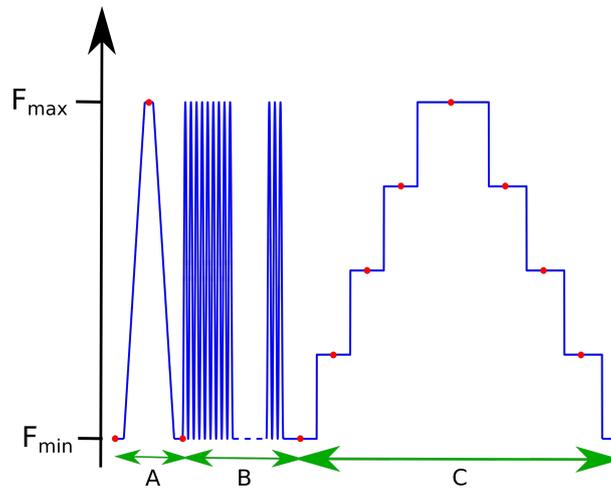


FIGURE 2 – Procédure d'essai, les points rouge indiquent les moments de prises de photos

Les paramètres des essais sont résumés dans le tableau 1.

Eprouvette	Effort Max (en kN)	Fréquence (en Hz)	Rapport de Charge	N
FF	22,5	10	0,1	1000
F	16	10	0,1	500

TABLE 1 – Paramètres des essais

Les photos des séquences "A" sont utilisées pour l'estimation des facteurs d'intensité des contraintes, pour la contrainte T, et pour la taille de fissure élastique équivalente. Les photos des séquences "C" sont utilisées pour l'identification Data-Driven.

2.2 Extraction des paramètres influant de la fatigue

En premier lieu, un calcul FE-DIC sur un maillage Q4 régulier est effectué en utilisant le logiciel Ufreckles [7] à partir des photos des séquences "A". On définit ensuite l'amplitude des déplacements δu comme la différence des déplacements à F_{min} et à F_{max} . δu est ensuite projeté sur une série de Williams tronquée (terme d'ordre -3 à ordre 7) [8] dans une zone circulaire de rayon 300 pixels avec un masque de 90 pixels autour de la fissure (figure 2.2). Certains termes de la série permettent de calculer les facteurs d'intensité des contraintes (terme d'ordre 1) ainsi que la contrainte T (terme d'ordre 2). La position de la pointe de la fissure vérifie que le terme d'ordre -1 de la série s'annule [9].

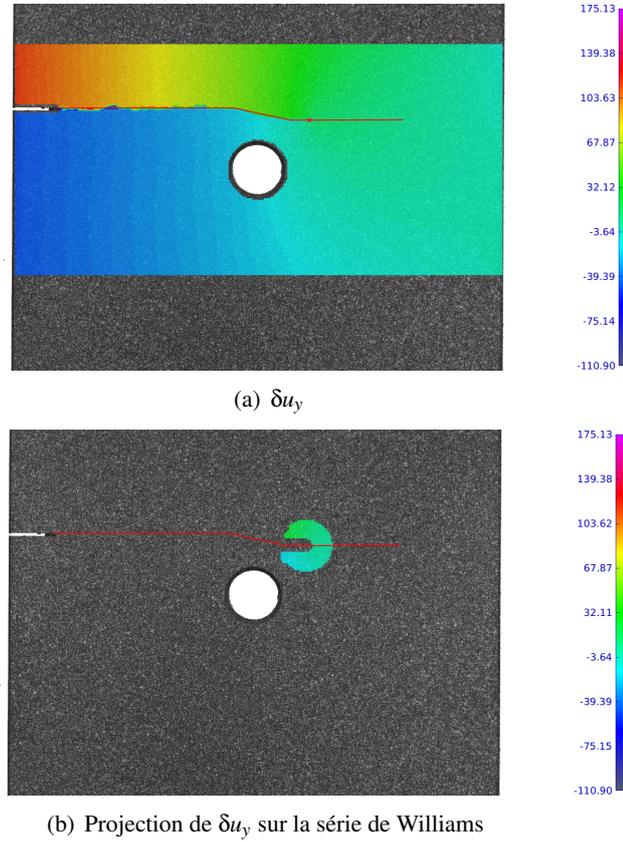


FIGURE 3 – Résultats de corrélation et champ projeté. La ligne rouge correspond au trajet de la fissure.

2.3 Formulation du problème

Un problème d'identification Data-driven pour les comportements non-dépendant de l'histoire peut s'écrire sous la forme suivante [3] :

$$\text{solution} = \arg \min_{\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^*, \underline{\underline{\sigma}}^*} \|(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^*, \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}^*)\|_{\mathbb{C}_e}^2 \quad (1)$$

Avec :

- $(\underline{\underline{\sigma}}^*, \underline{\underline{\varepsilon}}^*)$, la base de données que l'on cherche à identifier ;
- $\underline{\underline{\sigma}}$, un champ de contrainte respectant les conditions d'équilibre ;
- et $\|(\underline{\underline{a}}, \underline{\underline{b}})\|_{\mathbb{C}_e}^2$ une norme énergétique telle que $\|(\underline{\underline{a}}, \underline{\underline{b}})\|_{\mathbb{C}_e}^2 = \frac{1}{2}(\underline{\underline{a}} : \mathbb{C}_e : \underline{\underline{a}} + \underline{\underline{b}} : \mathbb{C}_e^{-1} : \underline{\underline{b}})$ où \mathbb{C}_e est un tenseur de raideur d'ordre 4.

On cherche à identifier le couple $(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}})$, avec $\underline{\underline{\sigma}}$ respectant l'équilibre et $\underline{\underline{\varepsilon}}$ les équations de compatibilité :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\varepsilon}} &= \underline{\underline{\nabla}}^s \underline{\underline{u}}_{DIC}, \\ \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) &= \underline{\underline{0}}, \\ \int_{\partial\Omega_F} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} \, dS &= \underline{\underline{F}}. \end{aligned} \quad (a)$$

On construit une solution de référence $(\underline{\underline{\sigma}}^o, \underline{\underline{\varepsilon}}^o)$ en utilisant d'un opérateur élastique \mathbb{C}_o , et qui est solution du problème suivant :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\varepsilon}}^o &= \underline{\underline{\nabla}}^s \underline{\underline{u}}_{FE}, \\ \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}^o) &= \underline{\underline{0}}, \\ \int_{\partial\Omega_F} \underline{\underline{\sigma}}^o \cdot \underline{\underline{n}} \, dS &= \underline{\underline{F}}, \\ \underline{\underline{\sigma}}^o &= \mathbb{C}_o \underline{\underline{\varepsilon}}^o. \end{aligned} \quad (b)$$

À partir de ces deux problèmes, on peut définir un problème annexe qui permet la détermination de la

seule inconnue $\underline{\underline{\sigma}}$. On peut définir des écarts entre les grandeurs du problème a et du problème b, qui donne le problème c.

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} &= \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}^o, \\ \text{div}(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}) &= 0, \\ \int_{\partial\Omega_F} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}\cdot\underline{\underline{n}} \, dS &= 0.\end{aligned}\tag{c}$$

On choisit d'écrire le champ de contrainte auto-équilibré $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ comme dans l'équation 2, où \mathbb{L} est une base réduite des champs de contraintes auto-équilibrés et \mathbf{P} les coordonnées de $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ dans la base \mathbb{L} .

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \mathbb{L}\mathbf{P} = \sum_i^n \underline{\underline{L}}_i P_i\tag{2}$$

Le problème Data-Driven s'écrit alors :

$$\text{solution} = \arg \min_{\mathbf{P}, \underline{\underline{\varepsilon}}^*, \underline{\underline{\sigma}}^*} \|(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^*, \underline{\underline{\sigma}} + \mathbb{L}\mathbf{P} - \underline{\underline{\sigma}}^*)\|_{\mathcal{C}_e}^2\tag{3}$$

Ce problème est résolu sur un maillage d'éléments triangulaires décrivant explicitement la fissure.

3 Résultats

3.1 Grandeurs de la Mécanique Linéaire élastique de la Rupture

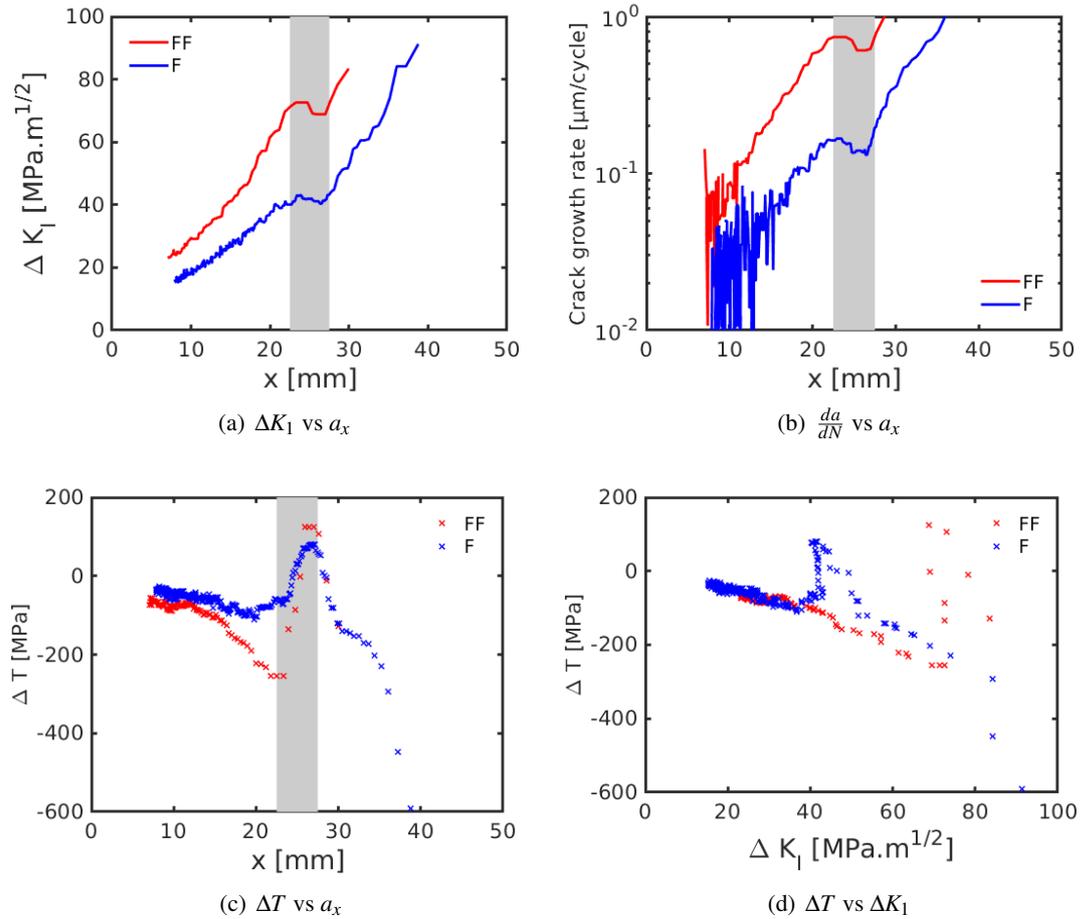


FIGURE 4 – Résultats des projections sur les séries de Williams. a_x est la coordonnée selon \underline{x} de la pointe de fissure élastique équivalente.

La figure 4 présente les principales quantités liées à la Mécanique Élastique Linéaire de la Rupture (MELR), on remarque une forte influence du trou sur les facteurs d'intensité des contraintes (FIC), sur la

vitesse de propagation de la fissure et sur la contrainte T . Trois choses importantes sont à noter, au niveau du trou la fissure bifurque indiquant que du mode 2 apparaît, la contrainte T change de signe lorsque le front de fissure passe au dessus du trou, de plus, ΔK_I et de ΔT évoluent indépendamment car le trou introduit un chargement non-proportionnel en pointe de fissure (figure 4(d)).

3.2 Champ de contrainte et de déformation plastique

On s'intéresse à un cycle au début de l'essai de l'éprouvette FF pour lequel la fissure ne fait que quelques millimètres. La plasticité étant confinée, il est possible de réaliser l'identification Data-Driven sur un domaine réduit et centré sur la pointe de fissure. Pour cette configuration, la contrainte T estimée est de l'ordre de -40 MPa. La contrainte T étant négative, la forme obtenue (figures 5(a) et 5(b)) semble coïncider avec les résultats de la littérature.

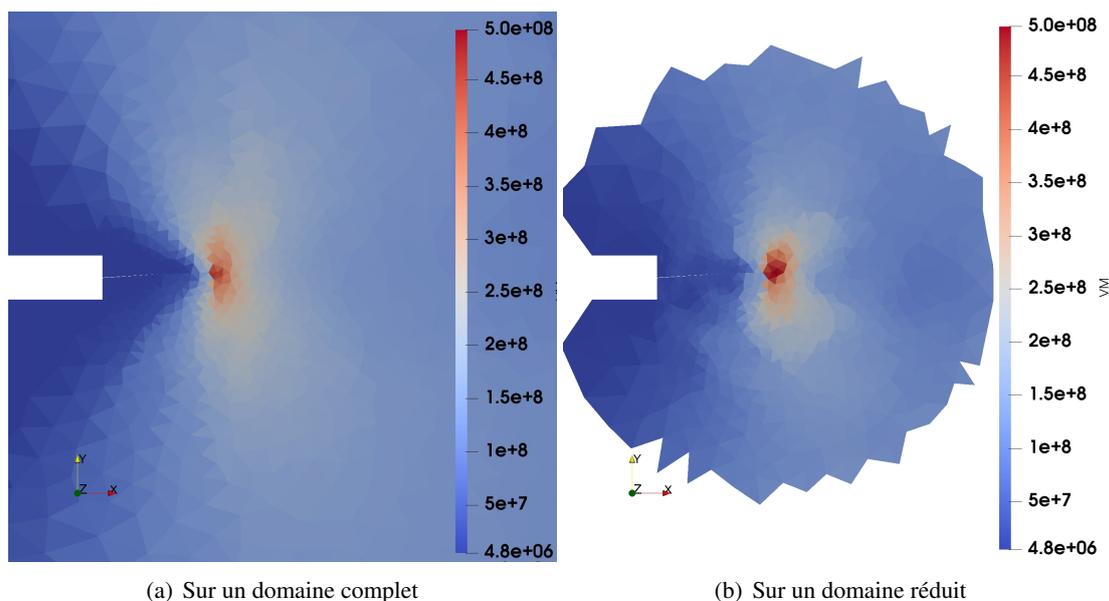


FIGURE 5 – Champ de contrainte de von Mises en pointe de fissure

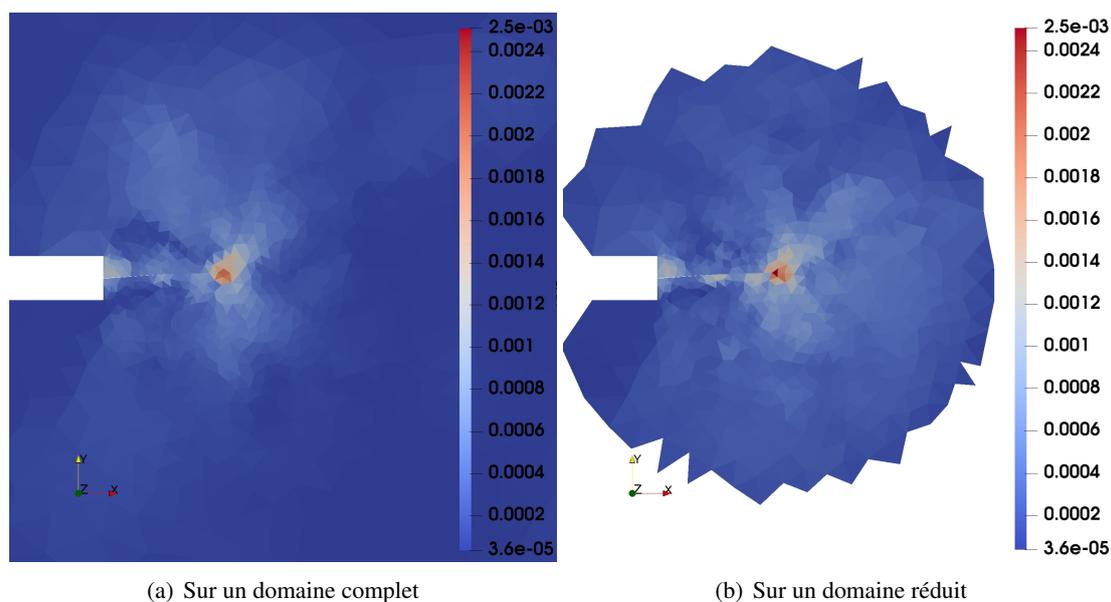


FIGURE 6 – Champ de déformation plastique de von Mises en pointe de fissure

4 Conclusion

Cette étude s'intéresse aux lois de propagation de fissures de fatigue d'un matériau élasto-plastique sous sollicitation non proportionnelle. On cherche plus particulièrement à caractériser l'influence de la contrainte T sur la zone de déformation plastique. Les données proviennent des essais du GDR FATA-CRACK réalisés sur des éprouvettes de type SENT modifiées et comportant un trou central. Des calculs de type FE-DIC ont permis de montrer que la présence du trou induit un chargement non proportionnel coïncidant avec une évolution indépendante de ΔK_I et de ΔT . Nous avons ensuite estimé les champs de contrainte et de déformation plastique à l'aide d'une approche de type Data-Driven qui ne présuppose pas de loi de comportement paramétrique. Ces premiers résultats semblent indiquer que l'approche utilisée est valide pour l'analyse des champs en pointe de fissure. L'analyse quantitative des relations entre les contraintes T et les champs de déformation plastique en pointe de fissure est une perspective à ce travail.

Références

- [1] M. Grédiac, F. Hild. *Full-Field Measurements and Identification in Solid Mechanics*, Wiley, 2012.
 - [2] T. Kirchdoerfer, M. Ortiz. *Data-driven computational mechanics*, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, (304)81-101, 2016.
 - [3] A. Leygue, M. Coret, J. Réthoré, L. Stainier, E. Verron. *Data-based derivation of material response*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, (331) 184-196, 2018.
 - [4] J. Réthoré, A. Leygue, M. Coret, L. Stainier, E. Verron. *Computational measurements of stress fields from digital images*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, (113) 1810-1836, 2018.
 - [5] R. Langlois, M. Coret, J. Réthoré. *Fatigue Crack Propagation Benchmark, GDR 3651 FATA-CRACK*, 10.5281/zenodo.2329057, 2018.
 - [6] Q. Nazarali, X. Wang. *The effect of T-stress on crack-tip plastic zones under mixed-mode loading conditions*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, (34) 792-803, 2011.
 - [7] J. Réthoré. *UFreckles*, 10.5281/zenodo.1433776, 2018.
 - [8] M.L. Williams. *On the stress distribution at the base of a stationary crack*, ASME Journal Applied Mechanics, (24) 109-114, 1957.
 - [9] R. Hamam, F. Hild, S. Roux. *Stress intensity factor gauging by digital image correlation : Application in cyclic fatigue*, Strain, (43) 181-192, 2006.
-