

Mise en œuvre de l'adhésion-frottement pour le formage de renforts composites UDs HiTape®

L. Bouquerel^{1,2}, B. Durif^{1,2}, N. Moulin¹, M. Blais², S. Drapier¹

¹ Mines Saint-Étienne - Chaire Hexcel {drapier, nicolas.moulin}@mines-stetienne.fr

² Hexcel & Chaire Hexcel Mines Saint-Étienne, {laure.bouquerel, maxime.blais, bastien.durif}@hexcel.com

Résumé — La modélisation de la mise en forme de composites structuraux de type HiTape® nécessite de prendre en compte les non-linéarités de contact et grandes déformations pour des milieux orthotropes, mais aussi le comportement spécifique des inter-plies où se concentre la déformation par glissement des empilements. Cette interface peut être modélisée *via* une zone cohésive où le frottement est pris en compte. L'élément correspondant s'appuie sur les degrés de liberté cinématiques des éléments adjacents, avec une régularisation par des Lagrangiens augmentés des contraintes cinématiques d'ouverture.

Mots clés — composites, mise en forme, hyperélasticité, zone cohésive, frottement, Lagrangiens augmentés.

1 Déformation des renforts fibreux lors de la mise en forme

Les composites structuraux sont largement utilisés dans le domaine aéronautique. En réponse aux besoins croissants d'automatisation et de montée en cadence des avions, les solutions les plus prometteuses d'élaboration de structures composites associent la mise en forme de renforts secs et les procédés dit *par voie liquide* [1]. La mise en forme de ces renforts secs est donc une des étapes clés qu'il faut pouvoir modéliser [2] dans ces nouveaux modes de production (Figure 1). Dans le chaînage numérique de la modélisation de ces procédés [3], la mise en forme est l'étape initiale qui permet de fournir les orientations, fraction de fibres, perméabilités, dimensions, ... qui seront ensuite utilisées pour la modélisation de l'infusion - cf D. Nguemallieu-Kouetcha *et al.* et Chevalier *et al.* dans cette même conférence.

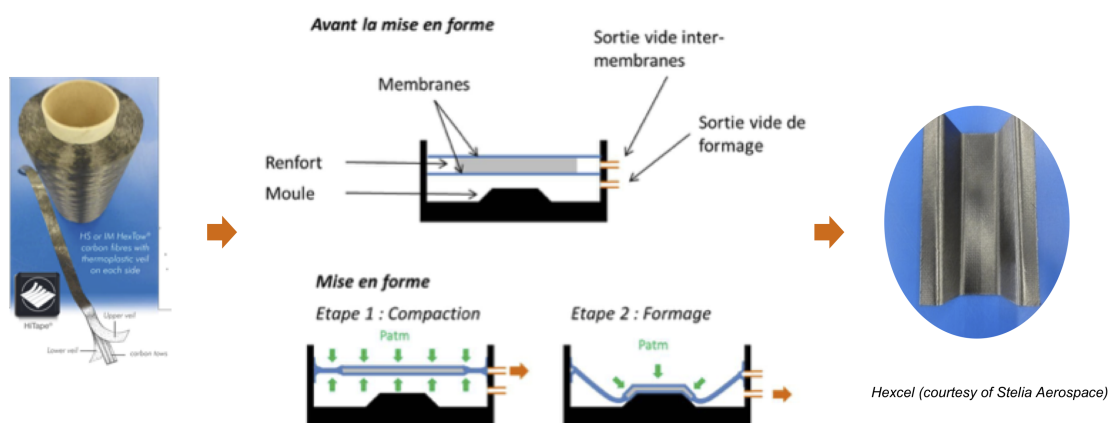


FIGURE 1 – Renforts HiTape®, mise en forme par double membrane, et raidisseur 'Omega' après infusion et cuisson.

La modélisation de la mise en forme doit bien évidemment prendre en compte les contacts pièce-outil, et même pièce-membrane-outil dans certains procédés qui font intervenir des membranes semi-flexibles (Figure 1). Dans le cas de renforts composites, cette modélisation passe également et en premier lieu par la description des modes de déformation de ces renforts structurés, de comportement macroscopique orthotrope, éventuellement non-linéaire. Le choix de l'échelle d'observation de ces matériaux intrinsèquement multi-échelles est essentiel car il guide les modèles numériques qui pourront ensuite être

mis en œuvre, en lien avec l'identification des propriétés correspondantes et selon les capacités du code de calcul utilisé.

L'ensemble du travail présenté ici a été implémenté dans la suite *Z-set* [4].

1.1 Spécificité des renforts composites HiTape et modes de déformation associés

Les renforts HiTape[®] étudiés ici répondent à la fois aux besoins de dépose robotisée, de mise en forme, et de performances mécaniques du secteur aéronautique. Ces renforts sont constitués de fils unidirectionnels (UD)¹ (Figure 1) placés côte à côte pour former des nappes de 6,35 mm à 500 mm de large qui seront ensuite déposées pour former des empilements. Un voile thermoplastique est déposé de chaque côté de ces fils. La présence de ce voile induit des modes de déformation assez particuliers qui dépendent de la température, et à mi-chemin entre les modes de déformation des renforts secs et des renforts imprégnés de résine [5].

Pour des raisons de coûts de calcul, et compte tenu de l'épaisseur des renforts HiTape[®] ($\simeq 0,2 \text{ mm}$ - Figure 1), nous faisons le choix de modéliser les empilements étudiés à l'échelle des plis, *i.e.* les plis sont vus comme des milieux continus homogènes équivalents dont le comportement est isotrope transverse, de plan d'isotropie normal à la direction des fibres. Dans ce cas, les principaux modes de déformation des plis sont à la fois des modes de milieux continus (tension-compression et cisaillements) tels qu'illustrés sur la Figure 2 (i) et des modes typiques des renforts structurés qui nous intéresseront plus particulièrement ici : les cisaillements inter-laminaire, ou frottements inter-plis, et la flexion hors-plan (Figure 2 (ii)).

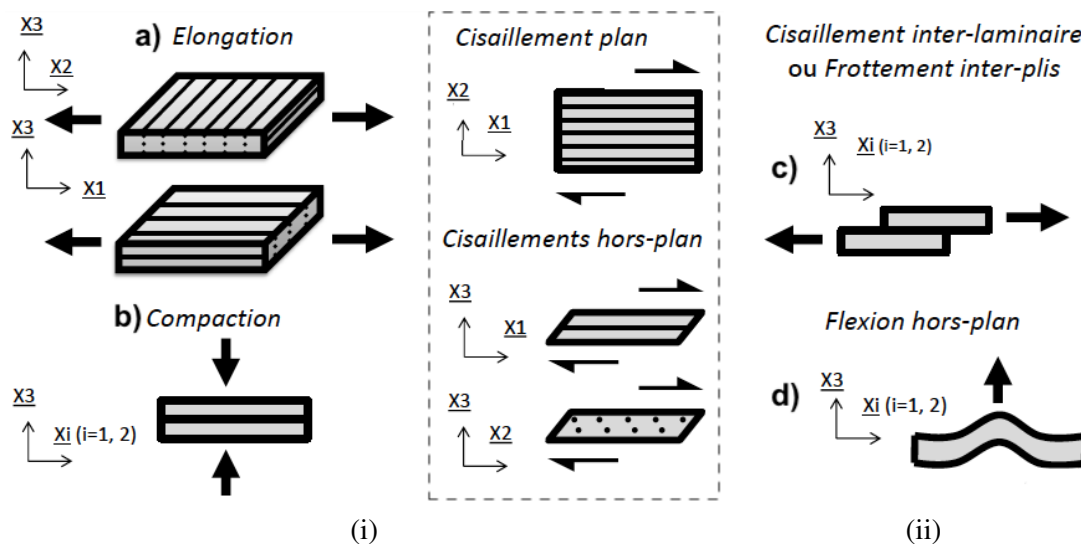


FIGURE 2 – Mécanismes de déformation représentés à l'échelle des plis pour un composite UD (les X_i ($i=1,2$) sont ici les directions principales) : (i) modes de type MMC, et (ii) modes spécifiques aux renforts structurés.

1.2 Comportement en flexion et en cisaillement inter-plis

Pour modéliser ces comportements spécifiques, nous avons choisi de définir des potentiels de déformation hyperélastique associés aux principaux modes identifiés - notés de a) à d) dans la Figure 2 [3]. D'abord pour des raisons de commodité, puisque ces potentiels qui s'écrivent en fonction de quantités cinématiques peuvent prendre des formes diverses, liées dans notre cas explicitement et exclusivement aux modes de déformation individuels. De plus, cette écriture permet de faire le lien direct avec les modes de déformation qu'il faut caractériser. En effet, partant du travail de Criscione *et al.* [6], Charmetant *et al.* ont proposé de définir des modes de déformation indépendants pour des renforts secs orthotropes, basés sur des invariants physiques de la déformation [2]. En supposant que ces modes de déformation sont

1. fil = ensemble constitué typiquement de 3 000 à 80 000 fibres longues de l'ordre de quelques μm de diamètre.

indépendants le potentiel de déformation correspondant à l'ensemble des mécanismes s'écrit comme la somme des potentiels individuels.

Dans notre cas, les modes de déformation identifiés nous conduisent à définir 5 potentiels qui permettent de découpler les caractéristiques physiques à identifier. Classiquement ces potentiels permettent de décrire la transformation en cours dans le solide à l'aide de mesures cinématiques. Soit dans notre cas des combinaisons d'invariants du gradient de la transformation $\underline{\underline{F}}$ correspondant [2] à des modes de tension, compaction latérale, distorsion, cisaillement, et flexion [3] :

$$\delta\mathcal{W}(I_{el}, I_{cp}, I_{dist}, I_{cis}, I_{fl}) = \frac{\partial\mathcal{W}(I_{el})}{\partial I_{el}} : \delta I_{el}(\underline{\underline{F}}) + \frac{\partial\mathcal{W}(I_{cp})}{\partial I_{cp}} : \delta I_{cp}(\underline{\underline{F}}) + \frac{\partial\mathcal{W}(I_{dist})}{\partial I_{dist}} : \delta I_{dist}(\underline{\underline{F}}) + \frac{\partial\mathcal{W}(I_{cis})}{\partial I_{cis}} : \delta I_{cis}(\underline{\underline{F}}) + \frac{\partial\mathcal{W}(I_{fl})}{\partial I_{fl}} : \delta I_{fl}(\underline{\underline{\nabla}} \cdot \underline{\underline{F}}) \quad (1)$$

où le potentiel total $\mathcal{W}(I_{elong}, I_{comp}, I_{dist}, I_{cis}, I_{flex})$ est la somme des 5 potentiels représentant individuellement les modes de déformation associés. Le potentiel de flexion requiert quelques précisions, et peut être défini plus simplement en considérant une cinématique de second gradient par exemple [7].

1.2.1 Mode de déformation de flexion

La structure du HiTape[®] laisse supposer que le potentiel de flexion hors-plan des plis dépendra principalement de la relation entre moment et courbure le long de la direction des fibres. Or, il est bien établi dans la littérature que le comportement en flexion des plis ne peut être simplement déduit du comportement en tension, du fait du manque de cohésion de l'ensemble au cours de la déformation. Des mesures ont donc été réalisées à chaud, les relations moment-courbure non-linéaires obtenues sont représentées sur la Figure 3. Elles peuvent être approchées par un modèle de Voce [3], par exemple, à partir duquel un potentiel de déformation de flexion peut être formulé.

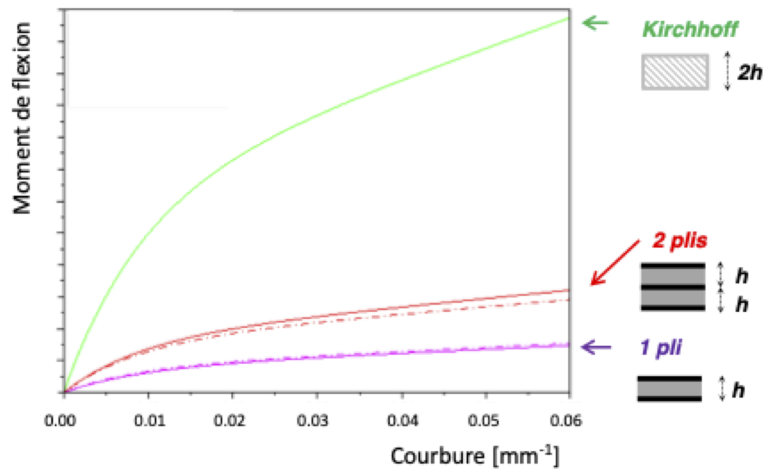


FIGURE 3 – Caractérisation de la flexion à chaud de plis HiTape[®], pour 1 pli et 2 plis et réponse théorique d'un seul pli d'épaisseur doublée.

Cette caractérisation permet également d'évaluer la contribution du voile thermoplastique dans la réponse mécanique des plis. En effet, comme on peut le constater sur la Figure 3, la réponse en flexion de 2 plis ne correspond pas à la réponse d'un pli qui aurait les mêmes propriétés qu'un pli unique mais qui serait d'épaisseur double - courbe repérée par 'Kirchhoff'. La seule différence entre ces 2 cas est la présence du voile entre les 2 plis. Ceci illustre pleinement le rôle prépondérant de l'inter-ply, ou interface, dans les modes de déformation des empilements.

1.2.2 Rôle et modélisation de l'interface

L'interface contrôle en grande partie la réponse en flexion d'empilements de plis HiTape[®]. Il en va de même lorsque du cisaillement plan est introduit entre les plis, par d'autres mécanismes par exemple

liés aux orientations différentielles de plis adjacents. Partant de cette idée, nous avons fait le choix de concentrer la plus grande partie de la déformabilité des empilements HiTape® dans la réponse de cette interface.

La caractérisation de la réponse de cette interface est délicate, et relève d'un problème de tribologie. Un montage spécifique a été mis au point et a permis de caractériser un coefficient de frottement apparent dépendant de la température, entre des plis de même orientation pour l'instant. Ce coefficient caractérisé en température dépend également de la force normale et de la vitesse de sollicitation, ou plus précisément du nombre de *Hersey*².

2 Modélisation numérique

On voit que la modélisation de l'interface entre les plis pose la question de sa représentation physique et numérique. Plusieurs options sont envisageables qui ne peuvent être dissociées des géométries et matériaux caractéristiques considérés ici. En effet, considérant le problème de la modélisation des empilements HiTape®, il est essentiel de noter que les contrastes des rigidités et d'épaisseur des constituants des plis, même vus comme homogènes équivalents, sont très défavorables à une modélisation continue. En effet, en première approximation la rigidité des renforts secs, dans la direction des fibres, peut être approchée assez directement comme $E_{x1} \simeq V_f E_f$ avec V_f la fraction volumique de fibres et E_f la rigidité des fibres de carbone. Ce qui donne le rapport de propriétés suivant :

$$\begin{aligned} \frac{E_{x1}}{E_v} &\simeq \frac{V_f E_f}{E_v} \simeq 45 \\ \frac{h_c}{h_v} &\simeq 20 \end{aligned} \tag{2}$$

On a donc un milieu très souple et peu épais dans lequel va se concentrer toute la déformation de glissement interpli, la rigidité dans la direction des fibres étant telle que dans cette direction les plis UDS vont être quasi-inextensibles.

2.1 Rôle et modélisation de l'interface

Modéliser la mise en forme des empilements d'HiTape® avec des coûts de calcul raisonnables est en soi un *challenge*. Tout d'abord il faut se rappeler que le calcul de mise en forme complet va intégrer la prise en compte du contact des empilements avec les outillages. Ensuite, la modélisation de la cinématique particulière attendue (Figure 4-a), dans des milieux à fort contraste de rigidité et d'épaisseur, doit se faire sans coût de calcul trop important et en évitant les problèmes numériques tels que des phénomènes de verrouillage ; et dans un contexte de grandes transformations.

En observant les dimensions dans le plan des plis ($O(m)$), sans commune mesure avec leur épaisseur ($O(10^{-4}m)$), une approche de type coque mince semble naturelle. Toutefois des problèmes de verrouillage numérique en cisaillement et tension sont à prévoir, et il restera indispensable de découpler les comportements en membrane et flexion comme nous l'avons illustré précédemment (Figure 3). De plus, on peut aisément s'attendre à ce qu'une formulation 'classique' ne soit pas suffisante pour décrire la cinématique à l'échelle des plis (Figure 4-b), ni même à l'échelle de l'empilement (théorie zig-zag par exemple [8] ; Figure 4-d). Même enrichie à l'échelle des plis [9] (Figure 4-d), une telle description ne serait probablement pas suffisante pour représenter les forts gradients de déplacement dans l'épaisseur (Figure 4-a).

Une approche directe pourrait consister à discrétiser l'ensemble des couches - milieu fibreux et voile - avec des maillages adaptés aux calculs par éléments finis, sous des contraintes très fortes, voire rédhibitoires, de maillages conformes aux interfaces et donc de tailles d'éléments (Figure 4-e). Le recours à des maillages non-conformes connectés par des méthodes de *collage* [10] pourrait être envisagé, avec la sensibilité numérique associée peu adaptée à la modélisation d'empilements de plusieurs dizaines de plis.

2. viscosité x vitesse tangentielle / effort normal

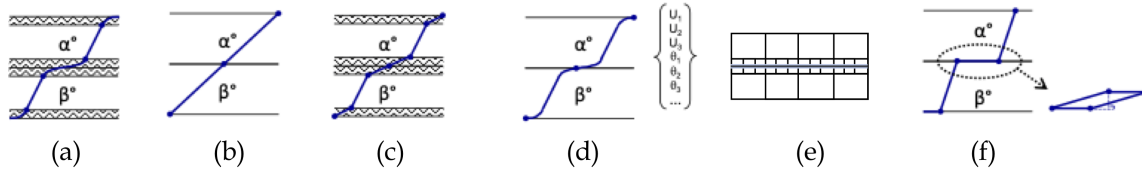


FIGURE 4 – Schématisation de la modélisation des plis et interfaces : (a) cinématique attendue, (b)-(e) solutions possibles, et (f) éléments d’interface.

2.2 Utilisation de zones cohésives

Finalement, l’épaisseur de cette zone de voile où se concentre la déformation étant très faible, ne pas la modéliser strictement permettrait de lever une très grande partie des difficultés évoquées ci-dessus. Le recours à des éléments de contact peut permettre de lever certaines de ces difficultés (maillages), mais au détriment de coûts de calculs très importants, et pour des sollicitations bien différentes du contact normal puisqu’ici le glissement est la principale sollicitation à modéliser. Par contre, les éléments d’interface, de type zone cohésive [11] pourraient répondre au besoin de localiser la déformation de glissement à condition de prendre en compte l’irréversibilité de la déformation. Associés à des éléments finis 3D pour modéliser les couches fibreuses, des empilements peuvent être représentés assez directement.

Par contre, les zones cohésives étant initialement développées pour modéliser de l’endommagement dans des approches *non-locales*, c’est par cet indicateur que l’état de l’interface peut être décrit. Pour représenter le comportement de glissement de l’interface dans notre cas, il faut pouvoir intégrer la réponse complète adhésion-contact-frottement dans la description de la physique de ces éléments d’interface.

2.2.1 Zone cohésive

Les zones cohésives rendent compte de l’endommagement d’une région, généralement de la fissuration en ouverture, de type mode I ou mode II, à travers un paramètre non-local et une évolution associée décrivant la capacité de la zone à transmettre les efforts ; allant de l’adhésion totale pour un endommagement nul, jusqu’à la rupture totale pour un endommagement unitaire. L’exemple d’une loi de type Crisfield, assez simple, donnée sur la Figure 5-a illustre un comportement type. Cette loi décrit la réponse d’une zone d’épaisseur nulle capable initialement de transmettre des efforts - efforts normaux ou tangentiels dont la norme donne la force cohésive - proportionnellement à la norme de l’ouverture $\underline{\delta} = [|\underline{u}|]$ avec un raideur K , jusqu’à un seuil σ_0 correspondant à une ouverture de norme δ_0 (Figure 5-b A). Si le chargement se poursuit, l’interface se dégrade avec un endommagement D (Figure 5-b D), la rigidité chute jusqu’à ce qu’un seuil d’ouverture complète δ_f soit atteint au-delà duquel la dégradation est totale (Figure 5-b F). On note que si la sollicitation cesse, l’ouverture s’annule avec une rigidité dégradée $(1 - D)K$. Les lois cohésives généralement rencontrées pour ce type de modèle sont nombreuses, elles sont définies par une densité d’énergie cohésive et se distinguent par la relation ouverture-force cohésive. La dégradation locale du comportement peut rendre la solution instable, et le pilotage numérique de la solution passe souvent par l’utilisation d’une méthode à longueur d’arc ou une régularisation visqueuse [12].

La mise en œuvre de ces zones cohésives [11] s’appuie sur la densité d’énergie cohésive définie sur la zone, et qui peut dépendre de l’endommagement D telle que :

$$E_{coh}(\underline{\delta}) = \int_{\Gamma(\underline{u})} \rho \Pi(\underline{\delta}, D) d\Gamma(\underline{u}) \quad (3)$$

La formulation du problème global introduit la relaxation de la condition de compatibilité sur l’ouverture, telle que $\underline{\delta} \rightarrow [|\underline{u}|]$, et introduit une pénalité r pour améliorer la convergence. Au final, la solution recherchée $(\underline{u}, \underline{\delta}, \underline{\lambda})$ en déplacement, ouverture, et multiplicateurs de Lagrange $\underline{\lambda}$ par max-minimisation de la formulation Lagrangienne augmentée s’écrit [11] :

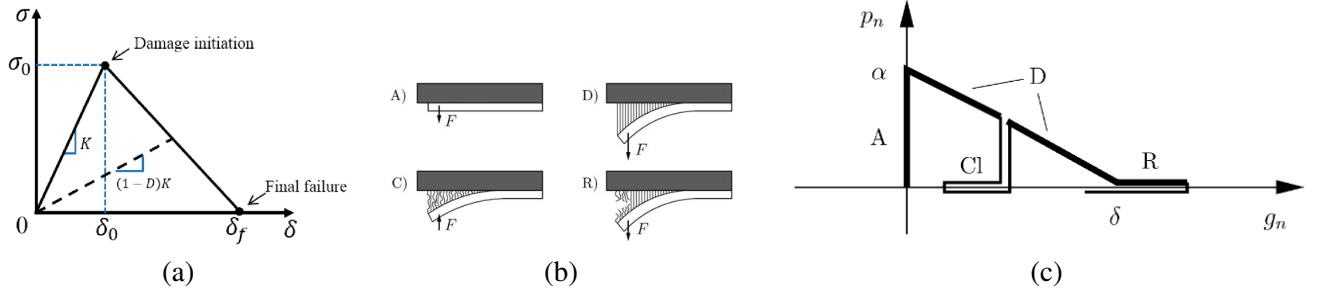


FIGURE 5 – Zone cohésive - (a) loi cohésive dite de Crisfield, et modèle de Talon-Curnier [13] (b) régimes de réponse et loi cohésive normale associée.

$$\max_{\underline{\lambda}} \left(\min_{\underline{u}, \underline{\lambda}} \mathcal{L}(\underline{u}, \underline{\delta}, \underline{\lambda}) \right) \quad (4)$$

$$\text{où } \mathcal{L}(\underline{u}, \underline{\delta}, \underline{\lambda}) = \int_{\Gamma(\underline{u})} \lambda (||\underline{u}|| - \underline{\delta}) \, d\Gamma(\underline{u}) + \int_{\Gamma(\underline{u})} \frac{r}{2} (||\underline{u}|| - \underline{\delta})^2 \, d\Gamma(\underline{u}) + E_{coh}(\underline{\delta}) + E(\underline{u}) - W_{ext}(\underline{u})$$

où $E(\underline{u})$ est l'énergie de déformation et $W_{ext}(\underline{u})$ le travail des efforts extérieurs. Les multiplicateurs de Lagrange correspondent, par dualité, aux efforts cohésifs nécessaires pour vérifier la condition de compatibilité sur l'ouverture.

La discrétisation de la formulation faible associée s'appuie sur les degrés de liberté nodaux de Lagrange, seuls $d\lambda$ s supplémentaires puisque la variable d'ouverture $\underline{\delta}$ peut être calculée directement à partir des fonctions de forme à chaque point de Gauss lors de l'intégration numérique, et donc éliminée par condensation statique.

2.2.2 Choix d'une zone cohésive en adhésion-frottement

Les zones cohésives telles que présentées ci-dessus ne peuvent intrinsèquement représenter simplement l'irréversibilité du glissement sans conduire à l'ouverture, et surtout ne peuvent intégrer directement le frottement, qui plus est lorsque le coefficient de frottement dépend de l'effort normal et de la vitesse de glissement. Une alternative consiste à dissocier le comportement dans le plan et dans la direction transverse à l'interface. La loi proposée par Talon & Curnier [13] est de celles-là, l'effort cohésif tangentiel ne s'annule pas à rupture mais se stabilise à une valeur non nulle liée au coefficient de frottement dynamique.

Dans cette approche, l'adhésion est portée par le vecteur de saut de déplacement à l'interface. La réponse correspondante est illustrée sur la Figure 5-c pour la partie normale. On peut voir que le mode dit de 'crumpling' permet de traduire l'irréversibilité d'une partie de l'ouverture (Figure 5-b C). Toujours dans le cadre des matériaux standards généralisés, la loi cohésive dérive d'une énergie libre et d'un potentiel de dissipation lié au frottement. Les études se poursuivent actuellement sur cette loi dont les propriétés seront identifiées par simulation des essais de frottement qui ont permis de caractériser le comportement inter-plis.

3 Exemples de simulation

Afin de tester les capacités de modélisation qui vont devoir être rassemblées pour la simulation de la mise en forme d'empilements HiTape[®], différents cas tests ont été définis.

3.1 Flexion d'un empilement

La flexion permet de tester simplement la modélisation d'un empilement de plis HiTape[®]. Des éléments volumiques portant les informations de déformations des couches fibreuses sont associés aux éléments d'interface décrits plus haut. La seule contrainte, dans notre cas où les plis se déplacent les uns

par rapport aux autres, est que les maillages doivent être tels que les nœuds coïncidant initialement, et définissant la cinématique dans l'élément cohésif, restent suffisamment proches durant la déformation (Figure 4-f).

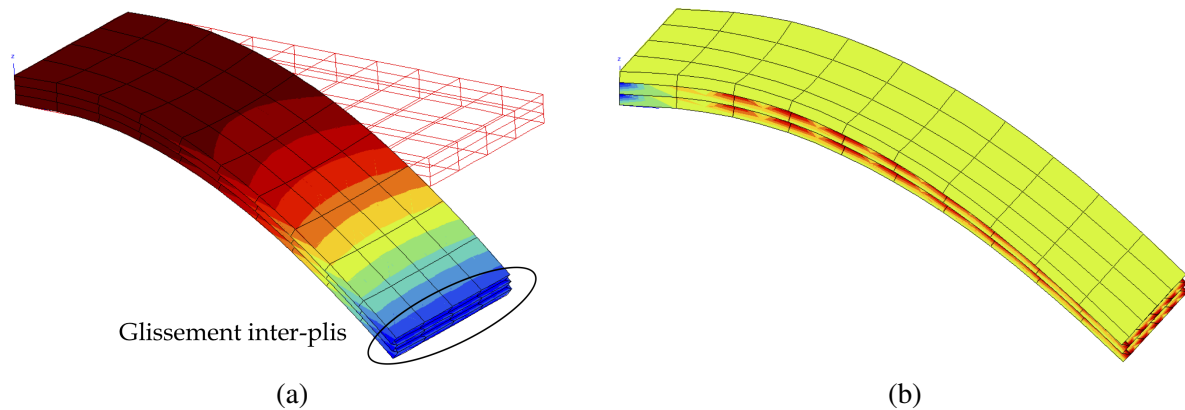


FIGURE 6 – Flexion d'un empilement de 3 plis HiTape® séparés par des zones cohésives de type Crisfield avec potentiel de déformation hyperélastique en tension - (a) champs de déplacement dans la direction des plis, et (b) de Lagrangien associé.

La simulation Figure 6 correspond à la flexion d'un empilement de 3 plis HiTape® encastés à l'origine, sous l'effet d'un déplacement imposé à leur extrémité. Cette configuration se rapproche des essais de flexion qui ont permis de caractériser la réponse de plis HiTape®, tel que présenté précédemment (Figure 3). Un maillage constitué de 4x30 éléments volumiques quadratiques iso-paramétriques décrit les plis, auxquels sont associées 2 couches d'éléments d'interface quadratiques également. Le comportement est hyperélastique en tension et la loi cohésive est celle de Crisfield présentée précédemment (Figure 5-a).

Sur la Figure 6 on vérifie à l'extrémité libre de l'empilement que le glissement est pris en compte grâce aux éléments d'interface utilisés. Ce glissement est dû à la rigidité très élevée des plis dans la direction des fibres. Les multiplicateurs de Lagrange dans la direction des plis montrent également que la force cohésive dans cette direction est bien présente entre les couches, avec une valeur minimale près de l'encastrement où le différentiel de déplacement est le plus faible. La simulation permet également de visualiser l'effet de flexion anti-clastique particulièrement prononcé ici du fait des propriétés mécaniques transverses plus faibles que celles dans la direction des plis.

3.2 Mise en forme d'un pli seul

Afin de tester la capacité de modélisation de la mise en forme en termes de gestion des contacts sur une surface rigide représentant un moule, un cas test de mise en forme sur un Omega a été étudié. Le pli HiTape® est représenté par 2 100 éléments c3d20. Une pression suiveuse est appliquée sur la partie supérieure du pli. Le contact considéré comme parfait est géré par pénalité, et à l'aide de la définition dynamique d'éléments de contact (`continuum contact`). Le résultat présenté sur la Figure 7 montre que le contact finalement établi est très dépendant des rayons de courbure de la forme Omega et de la rigidité de flexion du pli.

4 Conclusion et perspectives

La modélisation numérique de la mise en forme des renforts HiTape® présente de nombreuses difficultés, d'une part liées à la présence de non-linéarités de contact et aux grandes transformations rencontrées en mise en forme, mais également à des spécificités des renforts étudiés, des plis unidirectionnels très fins quasi-inextensibles dans la direction des fibres et dont le contact inter-ply est contrôlé par un voile thermoplastique. La modélisation proposée s'appuie sur la définition de potentiels de déformation hyperélastiques associés aux principaux modes de déformation isolés pour ces plis considérés comme

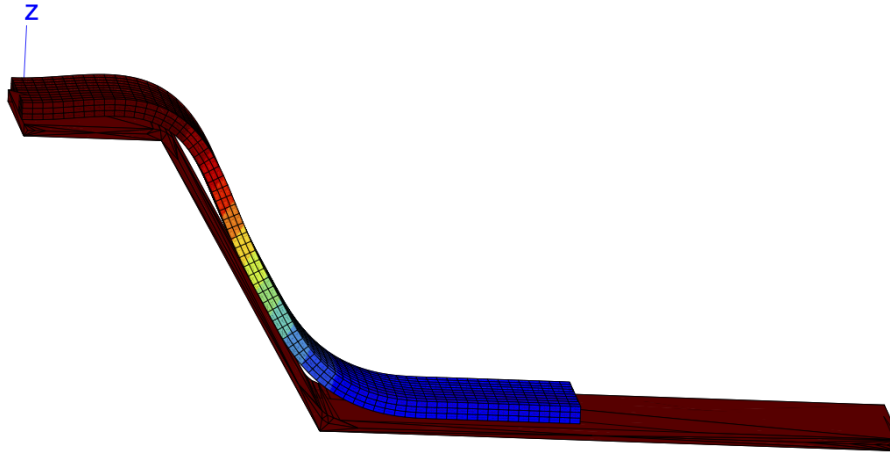


FIGURE 7 – Mise en forme d’un pli HiTape® sur un Omega - champ de déplacement selon la verticale z .

homogènes isotropes transverses. La modélisation des empilements peut être réalisée en associant des éléments volumiques à des éléments d’interface où se concentre les plus forts gradients de déplacement.

Les premières simulations confirment que cette voie de modélisation est prometteuse. Il reste toutefois à continuer le développement de solutions numériques capables d’intégrer à la fois le découplage membrane-courbure nécessaire pour ces renforts spécifiques, ainsi qu’à enrichir les éléments d’interface en intégrant le frottement dépendant de la vitesse et de la pression exercées sur les interfaces. Enfin, le problème du plissement devra également être abordé pour s’approcher encore plus des conditions de mise en œuvre industrielles.

Références

- [1] M. Blais, N. Moulin, P.-J. Liotier, and S. Drapier. *Resin infusion-based processes simulation : coupled Stokes-Darcy flows in orthotropic preforms undergoing finite strain*. International Journal of Material Forming, 10 :43-54, 2017.
- [2] A. Charmetant, J. G. Orliac, E. Vidal-Salle and P. Boisse. *Hyperelastic model for large deformation analyses of 3D interlock composite preforms*. Composites Science and Technology 72(12) :1352–1360, 2012.
- [3] L. Bouquerel, S. Drapier, N. Moulin, P. Boisse. *Modeling and Simulating the Forming of New Dry Automated Lay-up Reinforcements for Primary Structures*. Proceedings of the 20th ESAFORM conference, 26-28 April 2017 Dublin, D. Brabazon S. Naher I. Ul Ahad Editors, paper #55 in electronic proceedings, 2017.
- [4] <http://www.zset-software.com/>
- [5] Y. R. Larberg, M. Åkermo, M. Norrby. *On the in-plane deformability of cross-plyed unidirectional prepreg*. Journal of Composite Materials, 46(8) : 929–939, 2012.
- [6] J. C. Criscione, A.S. Douglas, W.C. Hunter. *Physically based strain invariant set for materials exhibiting transversely isotropic behavior*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 49 : 871–897, 2001.
- [7] S. Drapier, C. Gardin, J.-C. Grandidier, M. PotierFerry. *Structure effect and microbuckling*. Composites Science and Technology, 56(7) :861–867, 1996.
- [8] T.Naciri, A. Ehrlacher, A. Chabot. *Interlaminar analysis with a new multiparticulate modelization of multi-layered materials (M4)*. Composites Science and Technology, 58 :337–343, 1998.
- [9] B.P. Patel, M. Ganapathi, M. Touratier. *Nonlinear free flexural vibrations/post-buckling analysis of laminated orthotropic beams/columns on a two parameter elastic foundation*. Composite Structures, 46 : 189-196, 1999.
- [10] F. Feyel. *A multilevel finite element method (FE2) to describe the response of highly non-linear structures using generalized continua*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192(28–30) : 3233-3244, 2003.
- [11] E. Lorentz. *A mixed interface finite element for cohesive zone models*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 198 :302-317, 2008.
- [12] J. L. Chaboche, F. Feyel, Y. Monerie, *Interface debonding models : A viscous regularization with a limited rate dependency*. International Journal of Solids and Structures, 28(18) :3127–3160, 2001.
- [13] C. Talon, A. Curnier. *A model of adhesion coupled to contact and friction*. European Journal of Mechanics, A/Solids, 4(22) :545–565, 2003