

Validation de critères de bifurcation pour la prédiction du flambage par fluage de structures coques épaisses

N. Jacquet^{1,2}, T. Elguedj¹, N. Tardif¹, C. Garnier².

¹ Univ Lyon, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, LaMCoS, F-69621, France {nicolas.jacquet,thomas.elguedj,nicolas.tardif}@insa-lyon.fr

² DEN - Service de Technologie des Composants et des Procédés, CEA, F-13108 Saint - Paul les Durance, France {nicolas.jacquet,christophe.garnier}@cea.fr

Résumé — Ces travaux présentent une méthode de validation d'un critère de flambage par fluage sur des structures coques. Cette méthode utilise un couplage expérimental/numérique ; elle s'appuie pour la partie expérimentale sur la corrélation d'image 2D et 3D et l'approche FEMU. Pour la partie numérique le critère de bifurcation à valider s'appuie sur le critère d'instabilité de Hill, modifié pour l'application aux matériaux dont le comportement est élasto-viscoplastique. Les capacités de prédiction de ce critère seront évaluées grâce à des essais en compression et en pression externe sur structures physiques en alliage SAC305, alliage à bas point de fusion obtenu par fonderie.

Mots clés — Viscoplasticité, Coques, Bifurcation, Identification, DIC.

1 Contexte

Dans le cadre du développement d'un réacteur de quatrième génération à neutrons rapides et refroidi au sodium, le CEA a développé un échangeur de chaleur innovant basé sur le concept des échangeurs compacts à plaques et microcanaux. Ce type d'échangeur nécessite néanmoins une bonne distribution du sodium dans tous les canaux constituant l'échangeur pour assurer un rendement thermique et mécanique maximal. Cette fonction est assurée par un collecteur dont la structure privilégiée est une coque. En effet, cette forme permet de répondre au mieux aux différentes contraintes imposées par l'environnement de fonctionnement du collecteur.

En service, le collecteur sera exposé à une température de 530°C et une pression externe de 180 bar. Le matériau pré-sélectionné par le CEA est un acier inoxydable 316L(N) (matériau largement éprouvé pour une utilisation dans le cadre des réacteurs à neutrons rapides au sodium), dont le comportement dans de telles conditions est élasto-viscoplastique. Différents scénarios et modes de ruines ont été considérés dans les premières phases de dimensionnement de ce collecteur, dont le flambage.

La littérature présente un certain nombre de publications scientifiques développant des méthodes de recherche de charges critiques de flambage de structures au comportement viscoplastique, [6], [7]. Peu ont été validées par des résultats expérimentaux, en particulier pour les structures étudiées ici.

Deux axes d'étude ont alors été identifiés pour réaliser ce travail. L'un porte sur l'implémentation dans Cast3M de méthodes numériques de recherche de charges critiques de flambage pour des comportements élastoviscoplastiques. Le second concerne le développement d'un ensemble expérimental permettant de valider les outils numériques. Afin de faciliter l'instrumentation et la mise au point de l'ensemble expérimental, le matériau considéré est un alliage dont le comportement est viscoplastique à température ambiante (un alliage d'étain de cuivre et d'argent - SAC305). Le choix d'utiliser un matériau simulant se justifie par l'environnement expérimental de ces travaux. En effet, pour réduire les contraintes expérimentales, il a été choisi de réaliser les essais à température ambiante.

L'objectif de ces travaux étant de valider l'approche numérique par des essais, une grande attention a été portée à l'élaboration de la matière et à sa caractérisation. En effet, le matériau sélectionné a l'avantage de posséder des propriétés visqueuses à température ambiante, ce qui implique une forte dépendance

de son comportement à la température. De plus, sa microstructure présente une grande dépendance à la vitesse de refroidissement lors de sa solidification.

Pour réaliser ce travail, le protocole présenté à la figure 1 a été mis en place.

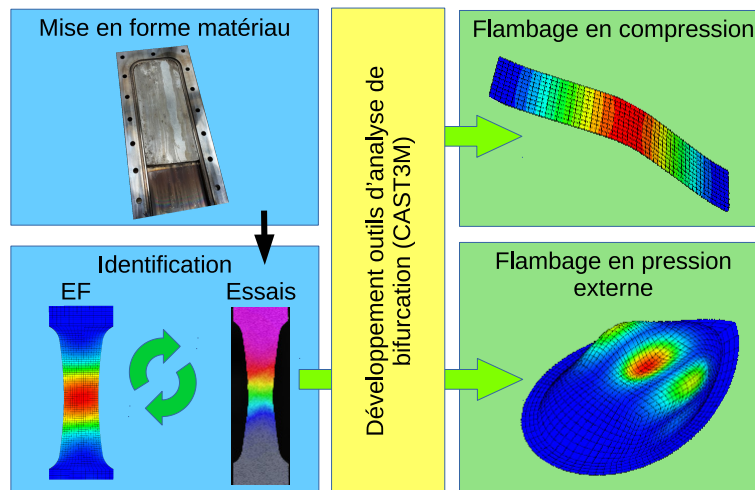


FIGURE 1 – Méthode de validation expérimentale

Cette étude est séparée en deux parties : l'identification de la loi de comportement du matériau dit simulant par recalage par éléments finis (FEMU - Finite Element Model Update), et la réalisation d'essais de flambage sur deux types de structures. Dans un premier temps, ces essais seront réalisés sur des plaques en compression, puis sur une structure s'approchant de la forme du collecteur, soit une coque soumise à une pression extérieure. Dans ce document, on se limitera à la présentation des travaux réalisés sur les plaques en compression. À ceci s'ajoute le développement des outils d'analyse dans Cast3M.

2 Identification du comportement

2.1 Procédure expérimentale

Pour réaliser l'identification de la loi de comportement du matériau, nous avons fondu puis usiné des éprouvettes selon le plan présenté en figure 2. Les éprouvettes sont issues de quatre coulées. Toutes les coulées ont été réalisées en suivant le même procédé ; le moule et l'alliage sont chauffés à 280°C pendant 3 h, la coulée s'effectue en atmosphère ambiante (20°C), puis le moule et son contenu liquide sont maintenus à 250°C pendant 1 h. Enfin une trempe à l'eau à température ambiante de l'ensemble est ensuite réalisée afin d'obtenir un taux de refroidissement de l'ordre de 20°C.s⁻¹. L'alliage subit ensuite un traitement thermique à 100°C pour un temps effectif de traitement de 30 min.

Une plaque rectangulaire de 300x90 mm² et de 13 mm d'épaisseur est ainsi obtenue. Les bruts d'éprouvette sont découpés (deux par plaque), puis usinés aux cotes du plan donné en figure 2. L'usinage des éprouvettes est réalisé dans des conditions réduisant l'échauffement de la surface de la pièce et favorisant la présence de matière provenant du coeur du brut dans la pièce finale.

Les essais de caractérisation sont ensuite réalisés sur une machine de traction électromécanique équipée d'une cellule d'effort de 20 kN, l'instrumentation est complétée par une caméra CCD de 16 Mpx et d'un objectif de 200 mm macro Nikkon pour les besoins de la corrélation d'image 2D.

La géométrie de l'éprouvette présente une grande zone d'intérêt (80x30 mm²) recouverte d'un mouchetis dont les taches ont une dimension comprise entre 2 et 20 pixels. La géométrie choisie permet aussi de réunir sur la même éprouvette plusieurs vitesses de déformation et donc un état de contraintes hétérogène qui enrichit le jeu de données expérimentales et augmente la sensibilité de l'identification. Les essais de traction sont pilotés en vitesse de déformation. La table 1 permet de résumer les conditions d'essais ainsi que les grandeurs caractéristiques obtenues pour chaque éprouvette.

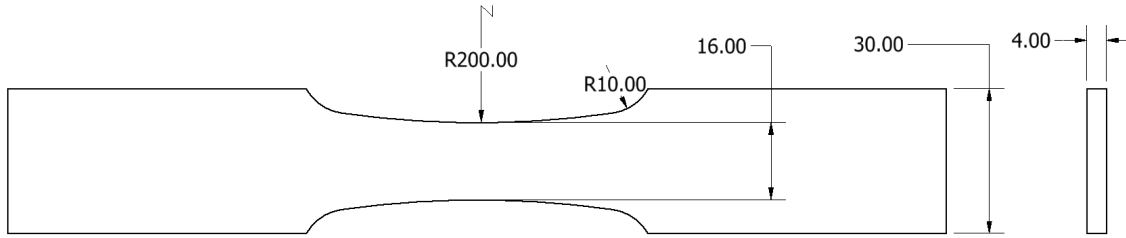


FIGURE 2 – Plan de l'éprouvette de caractérisation (en mm)

TABLE 1 – Caractéristiques des éprouvettes de caractérisation

N° Coulée	N° Éprouvette	Épaisseur [mm]	Section min [mm ²]	Vitesse [mm.s ⁻¹]	Effort max [N]
3	S301	4,035	64,68	3,3e-3	2560
3	S302	4,03	64,68	3,3e-2	3078
4	S401	4,01	64,22	3,3e-3	2631
4	S402	N/A	N/A	3,3e-2	3065
5	S501	4,01	64,16	3,3e-3	2501
5	S502	N/A	N/A	3,3e-2	2888
6	S601	4,00	64,04	3,3e-3	2558
6	S602	3,97	63,49	3,3e-2	2960

2.2 Loi de comportement

A la suite d'observations expérimentales et dans un souci de fidélité de la loi de comportement numérique au comportement physique, nous avons choisi une loi de comportement viscoplastique anisotrope à écrouissage isotrope dans des conditions isothermes définie par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{\underline{\sigma}}} &= \underline{\underline{\underline{L}}} : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}_e, \\
 f(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}) &= g(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}) - R(p) \text{ avec : } g(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}) = \sqrt{\underline{\underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\underline{H}}} : \underline{\underline{\underline{\sigma}}}} = \sigma_{eq}, \\
 R(p) &= R_0 + H_1 \left(1 - e^{(-b_1 p)}\right) + H_2 \left(1 - e^{(-b_2 p)}\right) + H_3 \left(1 - e^{(-b_3 p)}\right), \\
 \dot{p} &= \left(\frac{f}{K}\right)^N \exp(\alpha_0 f^{N+1}), \\
 \underline{\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}}_p &= \dot{p} \frac{1}{g(\underline{\underline{\underline{\sigma}}})} \underline{\underline{\underline{H}}} : \underline{\underline{\underline{\sigma}}}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

$\underline{\underline{\underline{L}}}$ est le tenseur de Hook élastique isotrope défini par E et ν respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson, f le critère définissant la surface de charge, R la fonction d'écrouissage isotrope, σ_{eq} la contrainte équivalente et p la déformation plastique cumulée.

L'anisotropie est introduite via le tenseur de Hill $\underline{\underline{\underline{H}}}$. On fait ici l'hypothèse d'un matériau isotrope transverse dans l'épaisseur. Cette hypothèse est supportée par l'anisotropie naturelle du cristal d'étain dans sa phase beta. Cette orientation du cristal d'étain dans l'épaisseur est probablement due au gradient de température dans l'épaisseur lors de la solidification. L'anisotropie est donc définie via le coefficient de Lankford donné par $R_{lank} = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}}$ pour un essai de traction, où la direction 1 représente la direction de traction et la direction 3 représente l'épaisseur de l'éprouvette. Les paramètres E , ν , R_0 , H_1 , b_1 , H_2 , b_2 , H_3 , b_3 , K et N sont des paramètres matériau à identifier ainsi que R_{lank} le coefficient de Lankford. Cette loi de comportement a été introduite dans Cast3M via l'utilitaire de loi de comportement Mfront.

2.3 Le modèle éléments finis

Le modèle éléments finis est construit à partir des données de corrélation d'images. L'analyse d'images est réalisée avec Ufreakles [8], un logiciel de corrélation d'images utilisant une méthode éléments finis (dite globale) et donc qui nécessite un maillage. Pour des raisons de continuité de la chaîne numérique, nous avons choisi de conserver le même maillage pour l'analyse d'images et pour le modèle éléments finis utilisé pour l'identification par FEMU.

Le maillage de la zone d'intérêt est construit à partir d'un modèle paramétrique qui est ajusté au contour de l'éprouvette sur l'image de référence. Ce maillage est constitué d'éléments "Q4" comme illustré sur la figure 3. Pour le modèle éléments finis utilisé pour l'identification par FEMU, ce maillage est propagé dans la demi-épaisseur de l'éprouvette à l'aide de 3 couches d'éléments, des briques à 8 noeuds à intégration complète sont utilisées dans Cast3M.

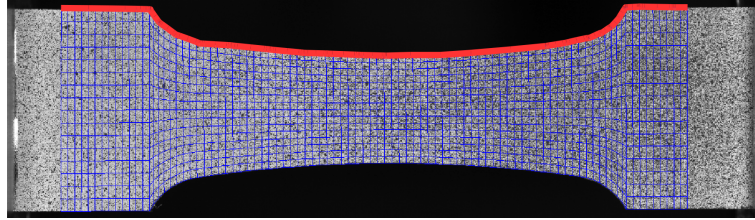


FIGURE 3 – Maillage défini sur la photo de référence

Les conditions aux limites sont obtenues à partir de l'analyse d'image. La forme évolutive de la section de l'éprouvette permet de retrouver des conditions de déformations élastiques dans les têtes. Il est alors possible de propager les conditions aux limites définies sur U_x et U_y en surface dans l'épaisseur. Pour appliquer ces conditions aux limites, on choisit les noeuds situés à deux rangées d'éléments de l'extrémité du maillage de corrélation d'image. Seule une moitié d'éprouvette (demi-épaisseur) a été modélisée, une condition de symétrie a été imposée sur la surface générée par l'extrusion du maillage.

La résolution du calcul éléments finis est réalisée en lagrangien réactualisé avec Cast3M. Le modèle éléments finis possède 17748 degrés de libertés. La fréquence d'acquisition d'images étant de 2 Hz, le nombre de pas de temps peut s'avérer très grand. Pour réduire le temps de calcul, on choisit de n'utiliser qu'un pas sur dix. Ceci n'a aucune influence sur la qualité de l'identification tant que l'incrément de déformation obtenu reste suffisamment petit pour respecter les hypothèses des petites déformations.

2.4 Procédure d'identification

L'identification du comportement commence par le post-traitement des données d'essais, le champ de déplacement 2D est calculé à partir des images prises pendant l'essai à l'aide du programme Ufreakles.

L'effort de traction est, quant à lui, directement issu de la cellule d'effort. Le relevé d'effort étant synchronisé avec la prise d'image, aucun post-traitement supplémentaire n'est nécessaire.

Les données issues du modèle éléments finis et les données expérimentales nous permettent de construire notre fonction objectif comme indiqué par l'équation 2.

$$f(\lambda) = \underline{R}^t \underline{R} \text{ avec : } \underline{R} = \left[\left(\frac{Force_{num} - Force_{exp}}{Err_{force}} \right)^t, \left(\frac{U_x^{num} - U_x^{exp}}{Err_{U_x}} \right)^t, \left(\frac{U_y^{num} - U_y^{exp}}{Err_{U_y}} \right)^t, \left(\frac{\lambda^{(i)} - \lambda_0^{(i)}}{C_\lambda^{(i)}} \right)^t \right]^t, \quad (2)$$

avec Err_X les erreurs de corrélation sur les déplacements et la force, λ le vecteur des paramètres matériau correspondant au modèle de comportement et les C_k des paramètres correspondants à l'amplitude de modification du paramètre matériau par rapport aux paramètres initiaux.

On minimise ensuite cette fonction à l'aide de l'algorithme de minimisation de Matlab[®] *lsqnonlin*. L'identification est alors réalisée de façon indépendante pour chaque éprouvette ou couplée pour chaque lot matière.

2.5 Résultats et discussion

Ici, nous présentons les résultats de l'identification pour deux éprouvettes issues du même brut de fonderie. La figure 4 présente l'évolution de l'effort de traction en fonction du temps. Les deux courbes représentent respectivement l'évolution de l'effort expérimental et l'évolution de l'effort numérique (issu de la simulation après identification) en fonction du temps.

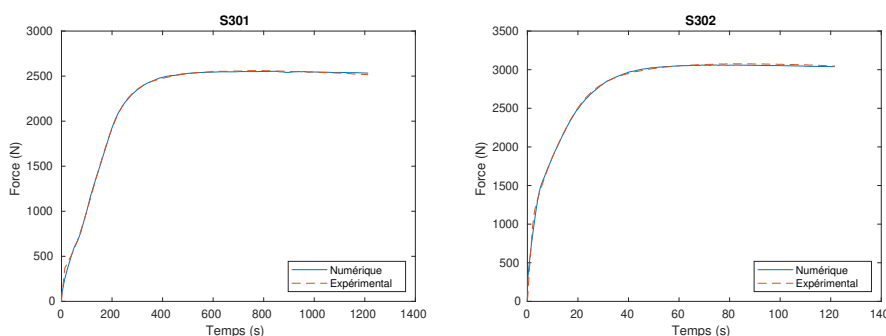


FIGURE 4 – Évolution de la force de traction en fonction du temps

Afin de visualiser l'erreur de corrélation en déplacement, nous avons sélectionné un contour du maillage et extrait cette quantité réduite à une ligne du maillage. La figure 3 montre la position de cette ligne sur le maillage (ligne rouge). Cette erreur a ensuite été tracée en fonction du temps, comme illustré dans la figure 5. Du fait du bruit de mesure, cette erreur a été filtrée afin de n'observer que les tendances le long de cette ligne de maillage (graphiques centraux de la figure 5). Enfin, à titre d'information, le déplacement expérimental sur cette ligne de maillage a été ajouté dans le but d'évaluer l'erreur relative (graphiques de droite de la figure 5).

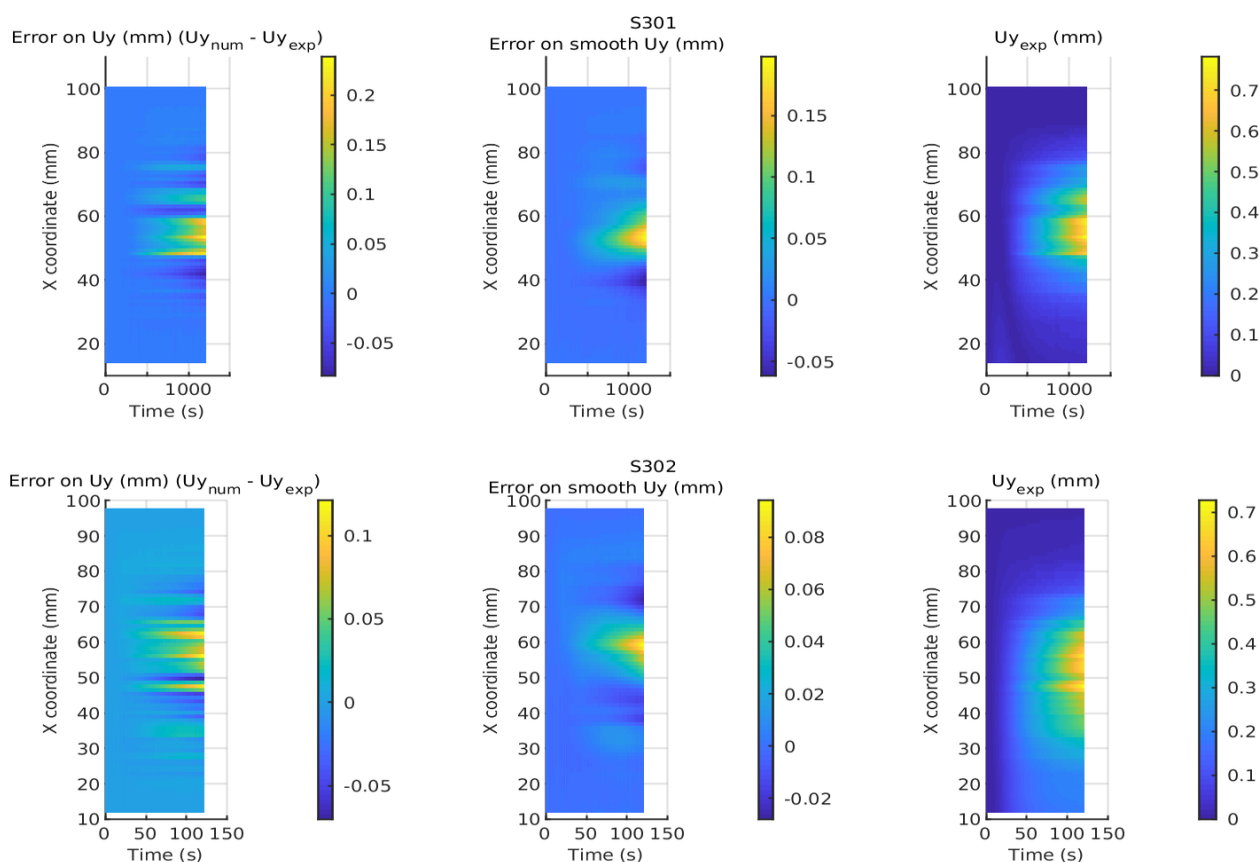


FIGURE 5 – Évolution du déplacement transverse en fonction du temps (à gauche erreur brut, au centre erreur filtrée et à droite déplacement sur l'entaille)

La microstructure grossière du matériau étudié explique en partie la concentration d'erreurs à certains points de l'éprouvette, qui correspondent probablement à des zones de glissement aux joints de grains ou à l'hétérogénéité de l'anisotropie induite par la texture de chaque grain. La figure 6 illustre bien ce phénomène. On peut ainsi observer la texture du matériau après essai sur lequel nous avons superposé l'erreur de corrélation sur le champ de déplacement (en mm). Les zones d'erreur correspondent aussi aux zones de texturation.

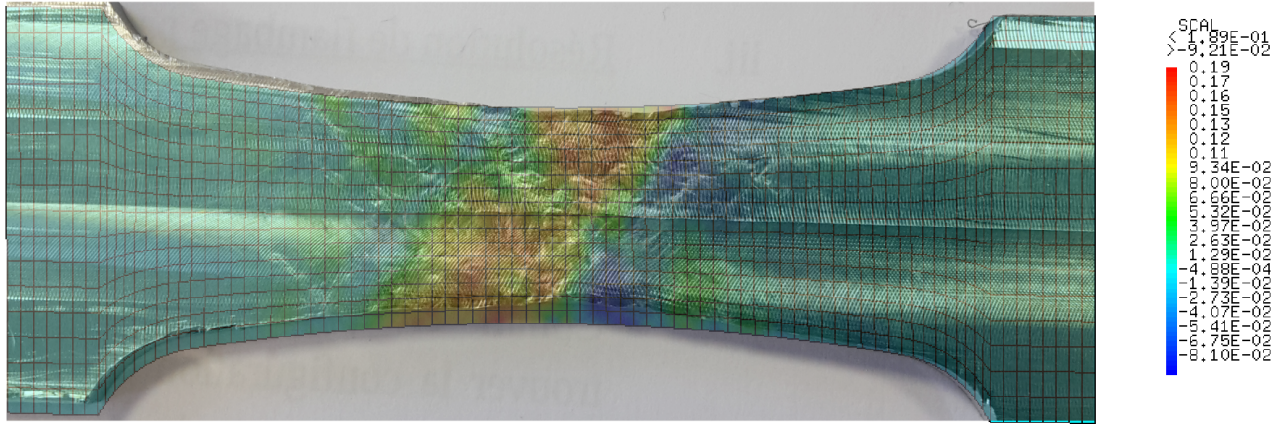


FIGURE 6 – Comparaison texture/erreur numérique sur le déplacement pour l'éprouvette S301

Comme on peut le constater, les résultats de cette identification sont corrects vis-à-vis des efforts et déplacements considérés. Ceci renforce la confiance dans le comportement de la matière lorsque des essais de flambage seront entrepris. Les paramètres matériau obtenus sont présentés dans la table 2. On constate une forte similarité des paramètres entre les deux identifications. On retrouve les mêmes ordres de grandeur que dans la littérature, comme par exemple l'identification de Dompierre [4].

TABLE 2 – Paramètres de la loi de comportement obtenu après identification

N°	R_0 [MPa]	H_1 [MPa]	b_1	H_2 [MPa]	b_2	H_3 [MPa]	b_3	K [MPa]	n	E [MPa]	ν	R_{Iank}
S301	11,03	5,86	197	7,59	2968	5,02	1260	44,41	5,90	46901	0,41	2,65
S302	12,33	3,91	144	10,47	2002	5,06	238	60,63	4,98	44140	0,43	2,71

3 Flambage en viscoplasticité

3.1 Définition d'un critère de bifurcation

On s'intéresse ici à l'implémentation d'un critère de flambage par bifurcation dans le cas de matériaux viscoplastiques. La méthode consiste à rechercher les points d'équilibre correspondants à la perte d'unicité de la solution, introduit par Hill [5], selon le critère d'unicité donné par l'équation 3 et qui peut être définie pour un calcul par éléments finis par l'équation 4.

$$\int_{\Omega_0} \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} dV_0 > 0 \text{ dans le cas des petites déformations,} \quad (3)$$

$$\left[\underline{\underline{\mathcal{K}}}_{(mat)} + \lambda \underline{\underline{\mathcal{K}}}_{sig} \right] \cdot \underline{\underline{U}} = 0. \quad (4)$$

Ainsi, le problème de flambage revient à chercher les charges qui correspondent aux valeurs propres égales à 1 du problème défini par l'équation 4.

Dans le cas d'un comportement viscoplastique, une approximation est faite pour construire la matrice de rigidité [3]. On considère que le flambage apparaît dans un intervalle de temps suffisamment court pour faire l'hypothèse qu'il n'y a pas de variation de la vitesse de déformation. Cette hypothèse nous permet d'écrire un module tangent instantané qui est donné par la théorie de la plasticité en remplaçant la condition de cohérence par l'hypothèse de vitesse de déformation constante donnée par l'équation 5.

$$\partial \dot{p} = 0 = \frac{\partial \dot{p}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{eq}} : \dot{\underline{\underline{\sigma}}}_{eq} + \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} : \dot{p}. \quad (5)$$

On peut alors écrire le module tangent instantané d'une loi de comportement viscoplastique comme suit [1] :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\underline{\mathcal{L}}}}_{tan} &= \underline{\underline{\underline{\mathcal{L}}}} - \frac{\underline{\underline{\underline{P}}} \otimes \underline{\underline{\underline{P}}}}{h + \underline{\underline{\underline{n}}} : \underline{\underline{\underline{\mathcal{L}}}} : \underline{\underline{\underline{n}}}}, \\ \underline{\underline{\underline{n}}} &= \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\underline{\sigma}}}} \text{ et } \underline{\underline{\underline{P}}} = \underline{\underline{\underline{\mathcal{L}}}} : \underline{\underline{\underline{n}}}, \\ h &= - \left(\frac{\partial \dot{p}}{\partial p} \right) \left(\frac{\partial \dot{p}}{\partial \underline{\underline{\underline{\sigma}}}_{eq}} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Selon l'algorithme d'intégration de la loi de comportement utilisée, cette expression pourra dans certains cas être linéarisée afin d'obtenir un module tangent consistant instantané.

3.2 Validation et premiers résultats numériques de flambage viscoplastique

Dans un premier temps, pour simplifier la validation des opérateurs numériques, on choisit une loi de comportement définie par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} f(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}) = \underline{\underline{\underline{\sigma}}}_{eq} - R(p) \text{ avec : } \begin{cases} \underline{\underline{\underline{\sigma}}}_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\underline{\sigma}}}' : \underline{\underline{\underline{\sigma}}}' } \text{ et } : \underline{\underline{\underline{\sigma}}}' = \underline{\underline{\underline{\sigma}}} - \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}) \underline{\underline{\underline{I}}}, \\ R(p) = R_0 + H \cdot p, \end{cases} \\ \underline{\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}}_p = \left(\frac{f}{K} \right)^N \frac{3}{2} \frac{\underline{\underline{\underline{\sigma}}}'}{\underline{\underline{\underline{\sigma}}}_{eq}}. \end{aligned} \quad (7)$$

On choisit une plaque rectangulaire définie par sa longueur a , sa largeur b et son épaisseur h . Les côtés de la plaque sont simplement supportés et on applique un déplacement permettant de mettre en compression la plaque dans sa longueur.

On réalise trois simulations pour trois vitesses de déplacement avec un facteur 10 entre chacune ($V3 = 10 \cdot V2 = 100 \cdot V1$).

La figure 7 présente les résultats de cette simulation pour les trois vitesses de déplacement. Les courbes pleines représentent l'évolution de la force de compression divisée par la force de compression critique, et les courbes en pointillés représentent l'évolution de la valeur propre minimale du système défini par l'équation 4. On remarque que la charge critique apparaît plus tôt en déplacement lorsque la vitesse de déformation augmente. On peut expliquer cela qualitativement grâce au critère de Considère [2]. En effet, Considère définit l'instabilité en traction pour une certaine valeur de contrainte correspondant à la valeur du module tangent en 1D. Avec la loi de comportement choisie, lorsque le taux de déformation augmente, la contrainte augmente mais le module tangent instantané reste inchangé. L'instabilité s'observe alors à une déformation plus faible à vitesse faible et plus élevée à vitesse élevée.

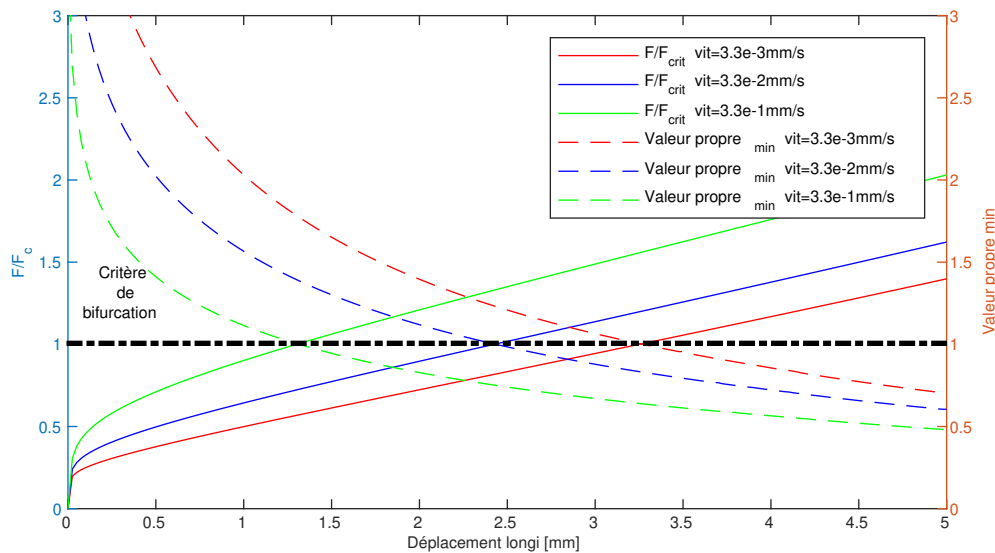


FIGURE 7 – Évolution de la charge de flambage et des valeurs propres minimales pour une plaque en compression simplement supportée

L'ensemble de ces résultats préliminaires permet de mettre en place un ensemble expérimental dans le but de valider ces résultats de façon expérimentale dans le futur.

4 Conclusion

Une méthode d'identification de loi de comportement élasto-viscoplastique par recalage par éléments finis, couplée à un procédé de corrélation d'images, a été présentée et appliquée à deux jeux de données expérimentales avec succès et fidélité. La loi de comportement viscoplastique définie, associée au critère de bifurcation présenté permettra, sur la base des travaux réalisés aujourd'hui, de mettre en place un ensemble expérimental. Cet ensemble expérimental sera nécessaire à la validation globale de la stratégie détaillée en début de document, pour l'étude du flambage par fluage de coques épaisses.

Références

- [1] S. R. Bodner, M. Naveh, A. M. Merzer. *Deformation and buckling of axisymmetric viscoplastic shells under thermomechanical loading*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 1915-1924, 1991.
- [2] A. Considère. *Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions*, Annales des Ponts et Chaussées, Vve ch. Dunod, 574, 1885
- [3] A. Combescure. *Simplified prediction of creep buckling of cylinders under external pressure. Part 1 : finite element validation*, European Journal of Mechanics - A/Solids, Elsevier, 1021–1036, 1998
- [4] B. Dompierre. *Fiabilité mécanique des assemblages électroniques utilisant des alliages du type SnAgCu*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2011
- [5] R. Hill. *A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Pergamon, 236-249, 1958.
- [6] L. P. Mikkelsen. *A numerical axisymmetric collapse analysis of viscoplastic cylindrical shells under axial compression*, International Journal of Solids and Structures, Pergamon, 643–668, 1999
- [7] L. P. Mikkelsen. *A numerical elastic-viscoplastic collapse analysis of circular cylindrical shells under axial compression*, IUTAM Symposium on Creep in Structures, Springer, 449-508, 2001
- [8] J. Réthoré, Muhibullah, T. Elguedj, M. Coret, P. Chaudet, et A. Combescure. *Robust identification of elastoplastic constitutive law parameters from digital images using 3D kinematics*, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 73-85, 2013