

# Modélisation des propriétés dynamiques de matériaux viscoélastiques pré-contraints

L. Rouleau<sup>1</sup>, J.-F. Deü<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMSSC, Cnam Paris, {lucie.rouleau,jean-francois.deu}@cnam.fr

**Résumé** — Les matériaux viscoélastiques sont largement utilisés dans l'industrie pour leurs propriétés amortissantes. Souvent introduits sous la forme d'une interface dissipative, ils peuvent être soumis à d'importantes pré-charges lors de l'assemblage, ce qui peut sensiblement modifier l'efficacité du traitement amortissant. En effet, certaines études expérimentales montrent que l'application d'une pré-charge statique conduit à une diminution du facteur de perte du matériau viscoélastique et une modification de sa dépendance fréquentielle. Le but de ce travail est d'étudier les effets non linéaires dus à l'application d'une pré-contrainte sur les propriétés dynamiques amortissantes des matériaux viscoélastiques.

**Mots clés** — Viscoélastique, Pré-contrainte, Essais DMA virtuels.

## 1 Introduction

Le contrôle du bruit et des vibrations est un enjeu majeur dans plusieurs domaines industriels et de considérables efforts de recherche ont été mis en œuvre pour développer des solutions efficaces. Des traitements amortissant passifs à base de matériaux viscoélastiques peuvent être utilisés pour améliorer les performances acoustiques et vibratoires d'une structure vibrante. Or les propriétés mécaniques de matériaux viscoélastiques dépendent de nombreux paramètres environnementaux, dont la fréquence, la température et la pré-contrainte, qui peuvent modifier l'efficacité du traitement amortissant [1]. C'est pourquoi il est important de bien modéliser ces propriétés dynamiques dès la phase de conception.

L'influence de la fréquence et de la température sur les propriétés dynamiques de matériaux viscoélastiques a été largement étudiée dans la littérature. En revanche, peu d'études concernent l'influence de la pré-contrainte. Celle-ci correspond en général à une pré-charge statique appliquée lors de l'assemblage. C'est pourquoi la plupart des études expérimentales menées sur l'influence de la pré-contrainte sur les propriétés élastiques et dissipatives de matériaux viscoélastiques considèrent des vibrations autour d'un état précontraint [1, 2, 3, 4, 5]. Les résultats d'essais indiquent que l'application d'une pré-contrainte statique conduit à une augmentation du module de stockage, une diminution du facteur de perte et une modification de la dépendance fréquentielle. Cet effet non linéaire dû à la pré-contrainte est généralement modélisé par des paramètres supplémentaires dans un modèle viscoélastique classique. Dans [3, 5], des viscosités dépendantes de la pré-contrainte sont introduites dans un modèle de Maxwell généralisé. Dans [4], des coefficients dépendant de la pré-contrainte et de la fréquence sont appliqués sur la partie réelle et imaginaire du module complexe, qui est modélisé par un modèle à dérivées fractionnaires. Dans les deux cas, les paramètres introduits dans le modèle viscoélastique sont phénoménologiques et identifiés à partir d'essais expérimentaux.

Le but de ce travail est d'étudier l'influence de la pré-contrainte d'un point de vue numérique pour tenter d'expliquer l'origine de ces effets non linéaires. Pour cela, des essais DMA virtuels sont réalisés à partir du modèle éléments finis d'un film viscoélastique contraint sous différents niveaux de pré-charge. Un calcul de statique non linéaire basé sur un modèle hyperélastique permet d'appliquer la pré-contrainte statique, puis un balayage fréquentiel est réalisé, en prenant en compte un comportement viscoélastique dépendant de la fréquence uniquement. Les résultats sont comparés au modèle viscoélastique dépendant de la fréquence et de la pré-contrainte développé par Martinez-Agirre et al. [4].

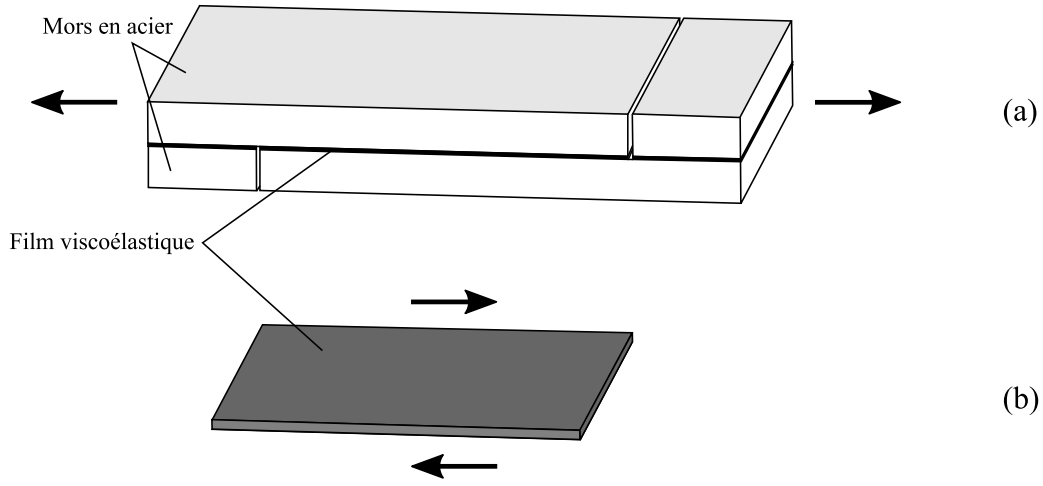


FIGURE 1 – Geometry and loading of the specimen (a) in the DMA tests carried out in [4], (b) in the present study.

Modèle de Yeoh			
$c_{10} = 1.55 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$c_{20} = -1.0333 \cdot 10^3 \text{ Pa}$	$c_{30} = 3.781 \cdot 10^2 \text{ Pa}$	$k_0 = 1.5397 \cdot 10^9 \text{ Pa}$
Modèle à dérivée fractionnaire			
$G_0 = 3.10 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	$G_\infty = 3.14 \cdot 10^8 \text{ Pa}$	$\tau = 2.15 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$\alpha = 0.6$

TABLE 1 – Paramètres du modèle hyperélastique de Yeoh et du modèle viscoélastique à dérivée fractionnaire considérés dans cette étude.

## 2 Essais DMA virtuels

### 2.1 Description des essais

Dans [4], les essais DMA sont réalisés sur un film d'élastomère EPDM, pris en sandwich entre deux mors en acier pour caractériser les propriétés dynamiques du matériau viscoélastique en fonction d'une pré-déformation statique (voir Figure 1.(a)). La géométrie de l'échantillon est telle que la couche viscoélastique subit une déformation de cisaillement pur lors d'un essai de traction (voir Figure 1.(b)). Seul le film viscoélastique de dimensions  $5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times 25 \mu\text{m}$  est donc modélisée dans les essais DMA virtuels effectués. Le film viscoélastique est maillé par des éléments hexaédriques à 20 nœuds, avec 2 éléments dans l'épaisseur et 20 éléments dans les deux autres directions. Le chargement est appliqué en deux temps (Figure 2) :

1. Une pré-contrainte statique  $\tau_s$  est appliquée,
2. Une contrainte harmonique de faible amplitude et constante  $\tau_d$  est appliquée autour de la position d'équilibre précontrainte :  $\tau(t) = \tau_s + \tau_d \sin(\omega t)$

En raison des déformations importantes générées par la pré-charge statique, la première partie du chargement correspond à une analyse statique non linéaire et est basée sur un modèle hyperélastique de Yeoh dont les paramètres sont donnés dans le Tableau 1. La courbe de contraintes/déformation correspondante est donnée sur la Figure 3.

La deuxième partie du chargement consiste à calculer la réponse linéaire harmonique du film viscoélastique autour de l'état pré-contraint. La dépendance fréquentielle du matériau viscoélastique est prise en compte dans un modèle à dérivée fractionnaire identifié dans [4], dont les paramètres sont donnés dans le Tableau 1, et dont les courbes maîtresses à  $30^\circ\text{C}$  sont représentées sur la Figure 4.

Pour chaque étape du chargement, la contrainte de cisaillement résulte de l'application d'un effort  $F$  sur la face supérieure de l'échantillon, la surface inférieure étant fixée :

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (1)$$

où  $A = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$  est l'aire de la surface supérieure. Le champ de déformation étant constant dans le film viscoélastique (vérifié numériquement), la déformation de cisaillement  $\gamma$  peut être directement

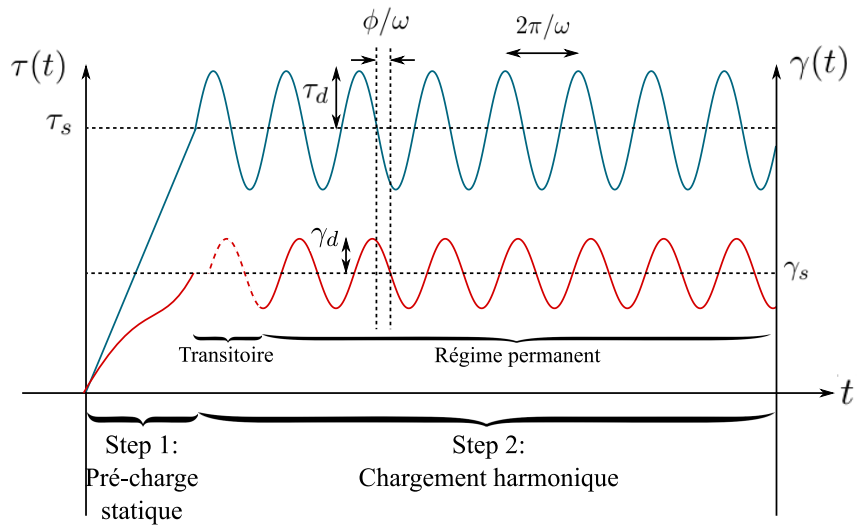


FIGURE 2 – Description du chargement.

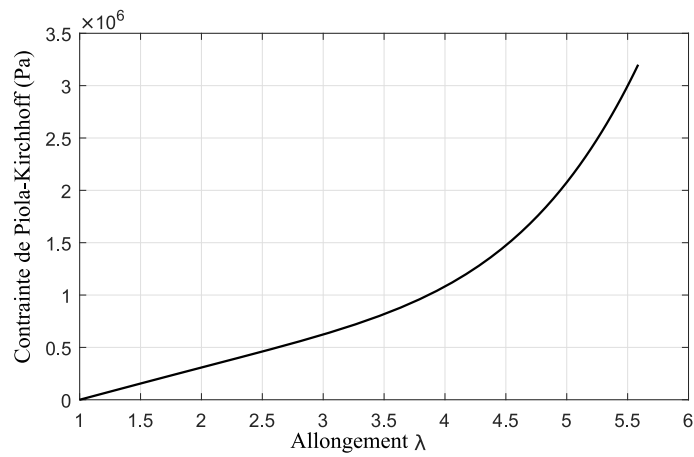


FIGURE 3 – Evolution des contraintes de Piola-Kirchhoff en fonction de l'allongement du modèle de Yeoh considéré.

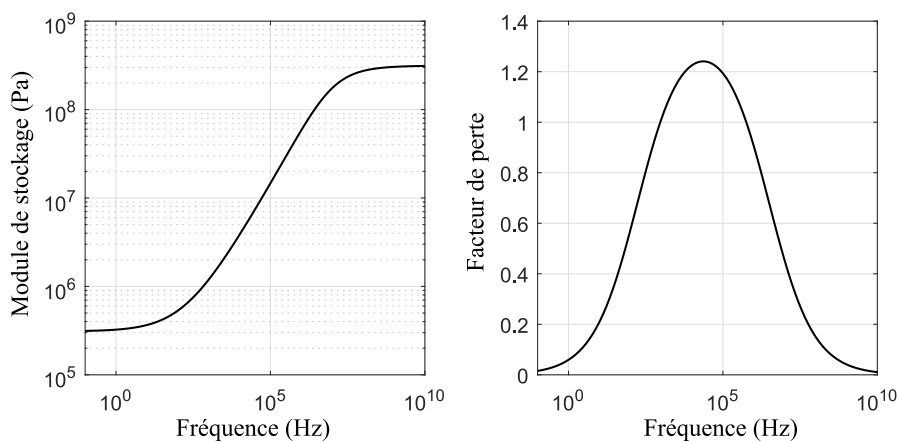


FIGURE 4 – Courbes maîtresses du modèle viscoélastique à dérivée fractionnaire considéré, à la température de référence de 30°C.

$c_{r1} = 2.226 \cdot 10^{-2}$	$c_{r2} = 1.397 \cdot 10^{-2}$	$c_{r3} = 1.485 \cdot 10^{-3}$	$n_r = 2.754$
$c_{i1} = 5.918 \cdot 10^{-3}$	$c_{i2} = 1.913 \cdot 10^{-2}$	$c_{i3} = 3.621 \cdot 10^{-3}$	$n_i = 2.761$

TABLE 2 – Paramètres des fonctions  $f_R(\omega, \gamma_s)$  et  $f_I(\omega, \gamma_s)$ .

calculée à partir du déplacement maximal de  $u_{max}$  de la surface supérieure :

$$\gamma = \frac{u_{max}}{h} \quad (2)$$

où  $h = 25 \mu\text{m}$  est l'épaisseur du film viscoélastique. Dans le cas d'une excitation harmonique, la dissipation dans le matériau viscoélastique conduit à un déphasage  $\phi$  de la réponse, comme indiqué sur la Figure 2. Le module de cisaillement complexe est défini comme le ratio entre la contrainte appliquée et la déformation induite [7] :

$$G^* = \frac{\tau(t)}{\gamma(t)} = \frac{\tau_d}{\gamma_d} (\cos(\phi) + i \sin(\phi)) \quad (3)$$

Le module de cisaillement complexe est calculée pour une pré-contrainte statique variant de 0.04 à 2.04 MPa (ce qui correspond à une pré-déformation variant de 0.13 à 4, d'après la Figure 3), sur la gamme de fréquence [0 – 200] Hz :

$$G^*(\tau_s, \omega) = G'(\tau_s, \omega) (1 + i\eta(\tau_s, \omega)) \quad (4)$$

où  $G'$  est le module de stockage et  $\eta$  le facteur de perte.

## 2.2 Analyse des résultats

Les résultats de simulation sont présentés sur les Figure 5 et 6. La Figure 5 montre l'influence de la pré-contrainte sur le module de stockage et le facteur de perte à différentes fréquences et la Figure 6 montre l'évolution du module de stockage et du facteur de perte pour différents niveaux de pré-contrainte. Le comportement non linéaire du film viscoélastique étant pris en compte uniquement dans le calcul statique, il est normal d'observer un facteur de perte indépendant de la pré-contrainte. Ces résultats sont comparés avec les résultats d'essais DMA présentés dans [4] (voir Figures 7 et 8 ), et à partir desquels un modèle viscoélastique modifié a été identifié et recalé :

$$G^*(\omega, \gamma_s) = f_R(\omega, \gamma_s)G'(\omega) + i f_I(\omega, \gamma_s)G''(\omega) \quad (5)$$

où  $G'$  et  $G''$  la partie réelle et imaginaire du module de cisaillement complexe, qui est décrit par un modèle à dérivée fractionnaire dont les paramètres, identifiés à partir des essais DMA, sont donnés dans le Tableau 1) :

$$G^*(\omega) = \frac{G_0 + G_\infty(i\omega\tau)^\alpha}{1 + (i\omega\tau)^\alpha} \quad (6)$$

L'influence de la pré-contrainte sur les propriétés viscoélastiques est prise en compte via deux fonctions  $f_R$  et  $f_I$  de la forme :

$$\begin{cases} f_R(\omega, \gamma_s) = 1 + (c_{r1} + c_{r2}e^{-\omega c_{r3}}) \gamma_s^{n_r} \\ f_I(\omega, \gamma_s) = 1 + (c_{i1} + c_{i2}e^{-\omega c_{i3}}) \gamma_s^{n_i} \end{cases} \quad (7)$$

où les coefficients  $c_{rj}$ ,  $c_{ij}$ ,  $n_r$  et  $n_i$  sont recalés à partir des essais expérimentaux [4], et sont donnés dans le Tableau 2.

On remarque sur les Figures 6 et 8 que pour des petites valeurs de pré-charge, jusqu'à une pré-contrainte de 0.5 Pa pour les essais DMA virtuels et jusqu'à une pré-déformation de 150% pour les essais DMA expérimentaux, celle-ci n'a que peu d'influence sur les propriétés dynamiques du film viscoélastique. Or d'après la Figure 3, une contrainte de 0.5 Pa correspond à une déformation d'environ 150%. Les effets non linéaires dûs à la pré-contrainte apparaissent donc pour des valeurs de pré-contraintes similaires.

En revanche, à mesure que la pré-charge augmente, des écarts sont observés entre les essais DMA virtuels et expérimentaux (voir Figures 5 et 7). Ce écart peut être dû aux paramètres du modèle de Yeoh considéré dans cette étude. En effet, bien que le coefficient  $c_{10}$  soit obtenu à partir du module de cisaillement relaxé,

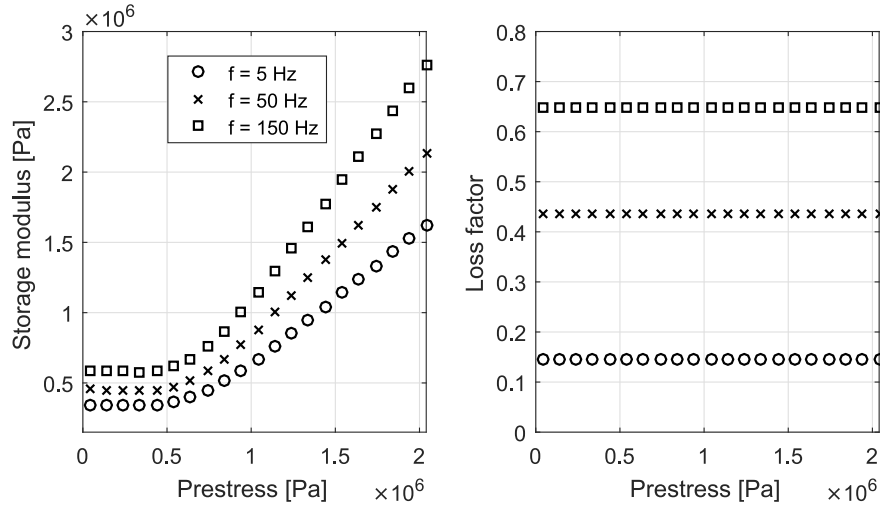


FIGURE 5 – Influence de la pré-contrainte sur le module de stockage et le facteur de perte, pour différentes fréquences.

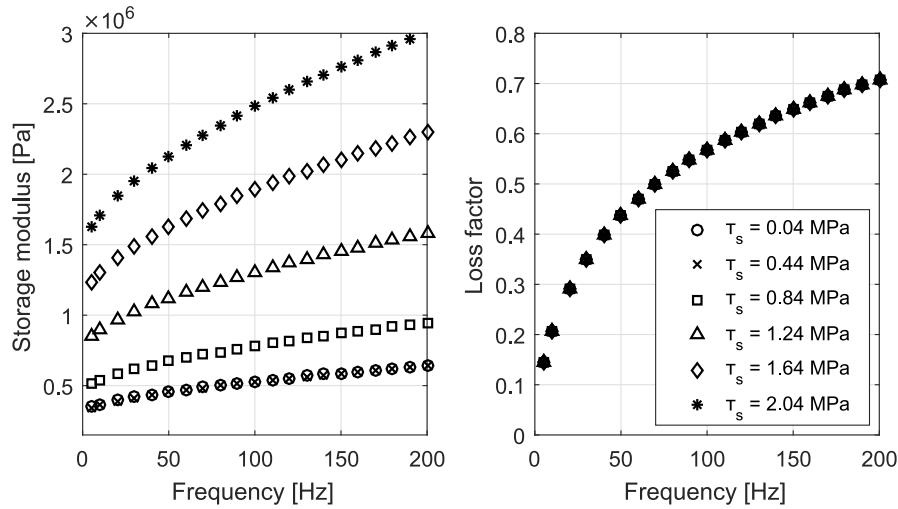


FIGURE 6 – Dépendance fréquentielle du module de stockage et du facteur pour différentes valeurs de pré-contrainte.

$c_{10} = G_0/2$ , les paramètres  $c_{20}$  et  $c_{30}$  ont été choisis arbitrairement puisqu'aucune donnée expérimentale ne permet de recalculer ces paramètres. Les résultats numériques et expérimentaux sont donc cohérents pour des faibles valeurs de pré-charge mais les résultats numériques conduisent à un module environ deux fois plus élevé que celui obtenu expérimentalement pour des fortes valeurs de pré-charge.

### 3 Influence des effets non linéaires de pré-contrainte sur la dynamique d'une structure

Les essais DMA réalisés par Martinez et al. [4] ont montré que l'application d'une pré-contrainte statique conduit à une augmentation du module de stockage, une diminution du facteur de perte et une modification de la dépendance fréquentielle forte du facteur de perte. Le but de cette section est d'identifier l'effet prédominant de la pré-contrainte sur la dynamique d'une structure incorporant des matériaux viscoélastiques.

Considérons un anneau bi-dimensionnel en aluminium ( $E = 69$  GPa,  $\nu = 0.3$ ,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>), contenant de l'eau et immergé dans l'eau, de rayon  $R = 2.448$  m et d'épaisseur variant de 24 mm à 34 mm [8]. Une bande viscoélastique en élastomère EPDM est placée au cœur de la structure dans le but d'amortir

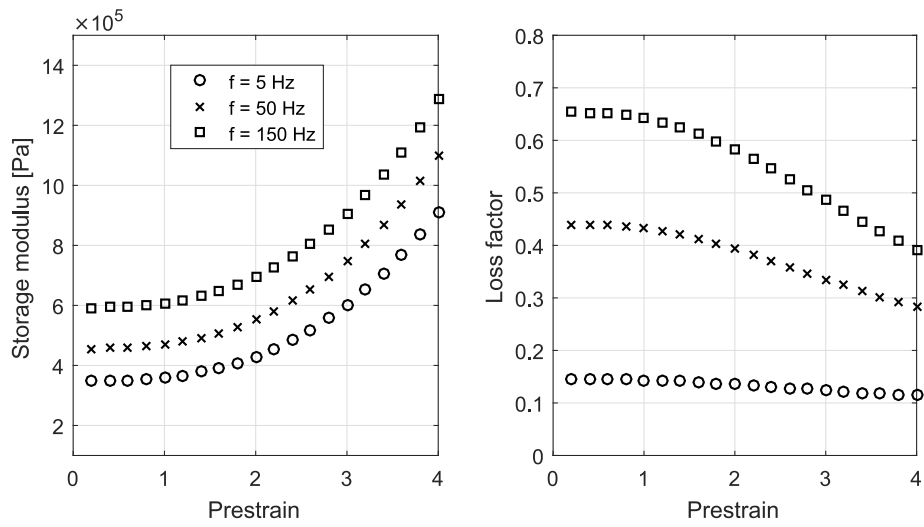


FIGURE 7 – Influence de la pré-contrainte sur le module de stockage et le facteur de perte prédits par le modèle à dérivée fractionnaire modifié identifié à partir des essais DMA [4], pour différentes fréquences.

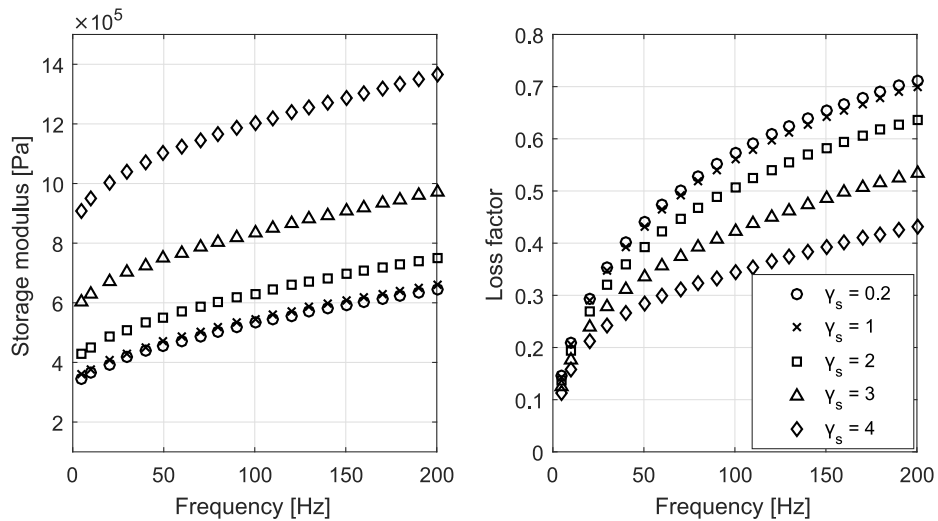


FIGURE 8 – Dépendance fréquentielle du module de stockage et du facteur prédits par le modèle à dérivée fractionnaire modifié identifié à partir des essais DMA [4], pour différentes valeurs de pré-contrainte.

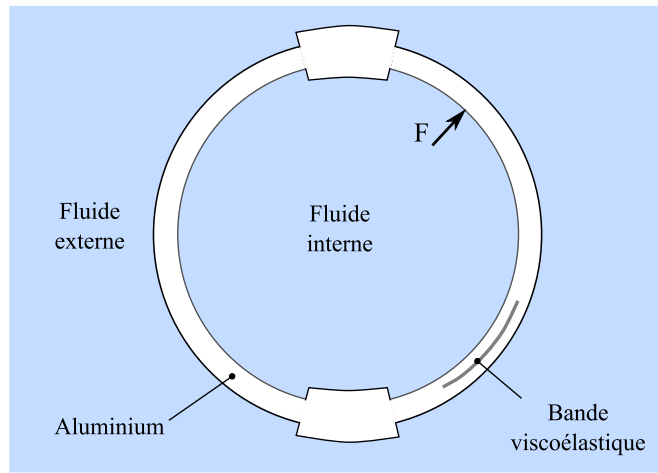


FIGURE 9 – Description du problème traité.

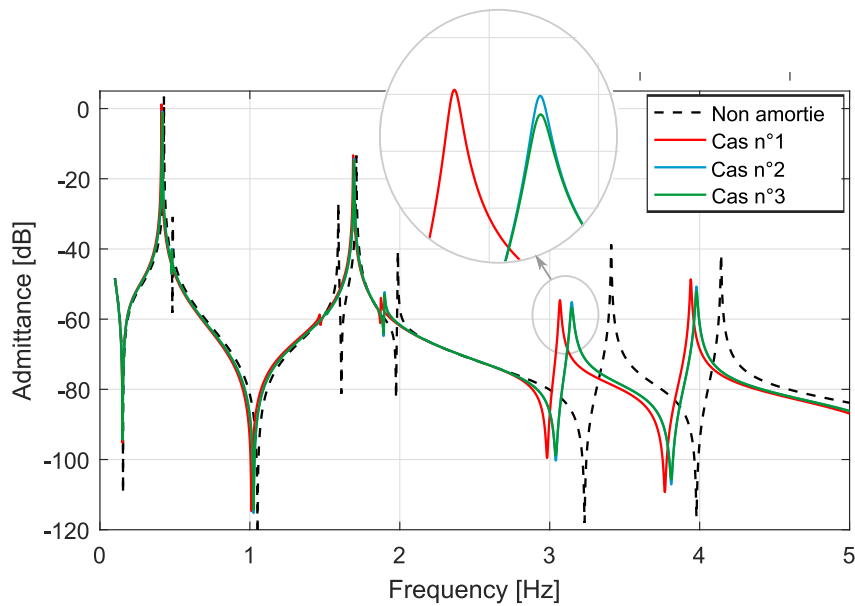


FIGURE 10 – Comparaison des réponses fréquentielles de la structure.

les vibrations du 4ème mode de vibration. Un coefficient de Poisson de  $\nu = 0.49$ , une masse volumique de  $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$  et un module complexe  $G^*$  sont considérés pour le matériau viscoélastique. Trois cas sont étudiés pour le module complexe du matériau viscoélastique :

- **Cas n°1** Un module complexe dépendant uniquement de la fréquence  $G^*(\omega)$ , décrit par le modèle viscoélastique décrit dans l'Equation 6.
- **Cas n°2** Un module complexe dépendant de la fréquence et de la pré-contrainte statique  $G^*(\omega, \gamma_s)$ , décrit par le modèle défini dans l'Equation 5.
- **Cas n°3** Un module complexe dépendant de la fréquence et de la pré-contrainte statique, mais pour lequel le facteur de perte ne dépend pas de la pré-contrainte (i.e. même dépendance à la pré-contrainte sur les modules de stockage et de perte) :  $G^*(\omega, \gamma_s) = f_R(\omega, \gamma_s)G'(\omega) + i f_I(\omega, \gamma_s)G''(\omega)$ .

Un effort harmonique unitaire est appliqué sur la structure et sa réponse fréquentielle est calculée au même point. Les réponses fréquentielles obtenues dans chaque cas pour une pré-déformation de 400% et comparées sur la Figure 10. On observe un décalage fréquentiel dû aux effets non linéaires de pré-contrainte. En revanche, la pré-contrainte n'a que très peu d'influence sur l'amplitude de la réponse. L'effet prédominant dû à l'application d'une pré-contrainte est donc un effet de raideur, lié à l'augmentation du module de stockage.

## 4 Conclusion

Le but de cette étude numérique était de mieux comprendre les effets non linéaires dus à l'application d'une pré-charge sur les propriétés dynamiques de matériaux viscoélastiques. Ce travail a montré qu'un balayage fréquentiel autour d'un état d'équilibre pré-contraint, calculé à partir d'une analyse statique non linéaire, permettait de reproduire les tendances sur la variation du module de stockage du matériau viscoélastique avec la pré-contrainte. Des essais en grandes déformations sont nécessaires pour valider les conclusions de l'analyse numérique réalisée.

L'analyse dynamique de l'anneau sandwich a permis de mettre en évidence l'effet prédominant de la pré-contrainte sur la dynamique d'une structure. Il s'agit de l'augmentation du module de stockage, qui pourrait à priori être estimée à partir d'une analyse statique non linéaire et l'identification d'un modèle hyperélastique.

Une des perspectives de ce travail concerne la dynamique de disques intervertébraux ou de prothèses discales, dont les propriétés d'absorption au choc sont fortement dépendantes de la fréquence et de la pré-charge.

## 5 Remerciements

Un grand merci à Christophe Hoareau pour son aide et son PELICAN (Program with finite ELEMENTS for fluid-structure Interactions and Coupled vibration Analysis with Non-linearities).

## Références

- [1] G. Kergoulay, E. Balmès, G. Legal. *A characterization of frequency-temperature-prestress effects in viscoelastic films*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 297, 391–407, 2006.
- [2] J.-H. Lee, K.-J. Kim, *Characterization of complex modulus of viscoelastic materials subject to static compression*, Mechanics of Time-Dependent Materials, Vol. 5, No. 3 (2001), pp. 255-271.
- [3] A. Thorin, A. Azoug, A. Constantinescu, *Influence of prestrain on mechanical properties of highly-filled elastomers : measurements and modeling*, Polymer Testing, Vol. 31, No. 8 (2012), pp. 978-986.
- [4] M. Martinez-Agirre, S. Illescas, M.J. Elejabarrieta, *Characterisation and modelling of prestrained viscoelastic films*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 50 (2014), pp. 183-190.
- [5] D. Jalocha, A. Constantinescu, R. Neviere, *Prestrain-dependent viscosity of a highly filled elastomer : experiments and modeling*, Mechanics of Time-Dependent Materials, Vol. 19, No. 3 (2018), pp. 243-262.
- [6] O.H. Yeoh., *Some forms of the strain energy function for rubber*, Rubber Chemistry Technology, Vol. 66, (1993), pp. 745-771.
- [7] L. Rouleau, J.-F. Deü, A. Legay, F. Le Lay, *Applications of Kramers-Kronig relations to time-temperature superposition for viscoelastic materials*, Mechanics of Materials, Vol. 65, (2013), pp. 66-75.
- [8] L. Rouleau, J.-F. Deü, A. Legay, J.-F. Sigrist, *Vibro-acoustic study of a viscoelastic sandwich ring immersed in water*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 331, (2012), pp. 522-539.