

# Identification viscoélastique des thermoplastiques par les réseaux de neurones pour des applications en thermoformage

F. Erchiqui<sup>1</sup>, M. Souli<sup>2</sup>, G. D. Ngoma<sup>1</sup>, H. Mrad<sup>1</sup>

<sup>1</sup>École de génie, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Rouyn-Noranda (Québec), Canada, [fouad.erschiqui@uqat.ca](mailto:fouad.erschiqui@uqat.ca)

<sup>2</sup>Laboratoire de Mécanique, Université de Lille, France, [mhamed.souli@univ-lille1.fr](mailto:mhamed.souli@univ-lille1.fr)

---

**Résumé** — Dans cet article nous nous intéressons à la caractérisation biaxiale, en soufflage libre du comportement viscoélastique d'une membrane circulaire en ABS (Acrylonitrile butadiène styrène). À cet effet, un montage expérimental est développé et le modèle viscoélastique intégral de Lodge est considéré. Pour l'identification structurale, la méthode des différences finies à pas variables est utilisée pour la résolution du problème d'équilibre de la membrane et, ensuite, les réseaux de neurones artificiels sont exploités pour modéliser la relation entre les paramètres du matériau et les variables mesurées.

**Mots clefs** — Viscoélasticité, réseaux de neurones, caractérisation biaxiale.

---

## 1. Introduction

La simulation numérique de thermoformage nécessite une bonne connaissance du comportement des matériaux utilisés. Ces matériaux sont souvent des polymères thermoplastiques chauffés entre la température de transition vitreuse et la température de fusion pour être ensuite mis en forme. Du point de vue expérimental, relative à l'identification structurale, les expériences de soufflage libre des membranes planes [1] ou cylindriques [2], de type caoutchouteuses ou polymériques, semblent bien décrire les modes de déformations rencontrés en thermoformage. Pour ses problèmes, l'identification est souvent réalisée à l'aide d'algorithmes de type moindres carrés [3] pour minimiser la différence entre variables calculés et mesurée. Cependant, pour les grandes transformations, comme il est souligné dans plusieurs références [1,2], la convergence de la solution, qui gouverne l'équilibre, dépend fortement du choix initial des paramètres associés aux modèles de comportements. Dans ses conditions, l'utilisation d'algorithmes associés aux réseaux de neurones artificiels peuvent constituer une alternative intéressante pour la détermination des paramètres des matériaux ; comme dans le cas hyperélastique [4]. Dans le cas thermoformage, le comportement viscoélastique de plusieurs matériaux n'a pas encore été suffisamment élucidé. C'est dans ce cadre que ce travail est orienté et concerne le comportement viscoélastique d'une membrane thermoplastique circulaire en ABS, initialement plane (chargé ou non), en soufflages libres. Pour cela, nous considérons, d'une part, la technique de gonflement de bulle [5] et, d'autre part, un comportement viscoélastique intégral de Lodge [6]. La pression à l'intérieur de la bulle, la hauteur au pôle hémisphérique de la membrane et le temps sont enregistrées au cours des expériences. Les réseaux de neurones artificiels [7] sont exploités pour modéliser la relation entre les paramètres du matériau, la hauteur de bulle et la pression correspondante. Ensuite, les paramètres de Lodge sont décelés. Le précepteur multicouche (MLP) est utilisé comme test principal dans cette application.

## 2. Formulation théorique du problème de soufflage

La feuille thermoplastique est supposée être incompressible et son gonflement, sous l'effet d'un débit

d'air, est supposé être axisymétrique. Pour décrire le comportement de la bulle on considère : i) un système de coordonnées sphériques ; ii) l'hypothèse d'une membrane mince et iii) d'un état de contrainte plane et des moments fléchissant négligeables. La figure 1 illustre la position initial d'un point (configuration non déformée) et sa position dans la configuration déformée.

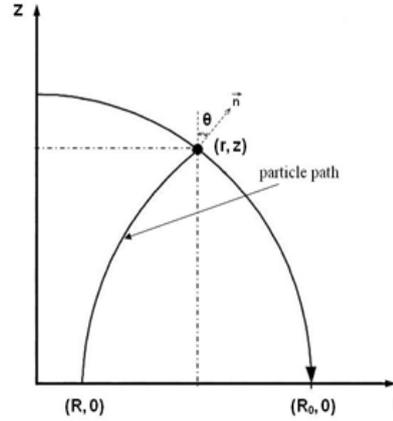


Figure 1 – Position d'un point relativement aux configurations non déformée (R,0) et déformée (r, z)

Les équations différentielles qui régissent ce problème, et qui sont bien détaillée dans la référence de Feng [8], sont données par :

$$\frac{dT_1}{dR} = \frac{R\lambda_2' + \lambda_2}{R\lambda_2} (T_2 - T_1) \quad (1)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2}{R} \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left( P - \frac{T_1}{R} \sin \theta \right) \quad (3)$$

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (4)$$

où  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  représentent respectivement les extensions méridienne et circonférentielles.  $R$  et  $r$  représentent respectivement les positions d'un point dans la configuration non déformée et déformée.  $\theta$  est l'angle entre l'axe vertical et la normale à la membrane déformée.  $T_1$  et  $T_2$  sont respectivement les contraintes méridiennes et circonférentielle intégrées dans le sens de la feuille. Pour compléter le problème de soufflage biaxial, nous supposons que la pression qui règne à l'intérieur de la bulle, et à chaque instant  $t$ , est uniforme:

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (5)$$

Les contraintes tangentielles,  $T_1$  et  $T_2$ , sont reliées aux contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  par :

$$T_1 = h\sigma_1 = \lambda_3 h_0 \sigma_1 \quad (6.1)$$

$$T_2 = h\sigma_2 = \lambda_3 h_0 \sigma_2 \quad (6.2)$$

$h$  et  $h_0$  représentent respectivement, à l'instant  $t$  et en un point donné de la membrane, les épaisseurs locales dans les configurations déformées et non déformées de la membrane. Dans le cas de matériau incompressible, l'extension principale est reliée aux extensions  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  par  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$ . Pour compléter

le problème, on considère les conditions aux limites suivantes:

- Au pôle, l'état des déformations est équibiaxial ( $\theta=0, \lambda_1=\lambda_2$  pour  $R=0$ .)
- Sur le contour, la membrane est bloquée ( $\lambda_2=1$  et  $z=0$  pour  $R=R_0$ )
- La hauteur de la bulle au pôle est celle mesurée par l'expérimental ( $z(R=0) = z^{\text{exp}}$ )

$z^{\text{exp}}$  représente la hauteur mesurées expérimentalement. La résolution du système, qui régit l'équilibre, donne alors la pression compatible avec la hauteur mesurée.

## 1.2 Modèle de comportement de Lodge

Pour la simulation de la phase de soufflage de la membrane polymérique, qui est chauffée et ensuite soufflée, nous considérons les hypothèses des contraintes planes et de l'incompressibilité du matériau thermoplastique. Il s'ensuit que les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy,  $\sigma$ , ont les propriétés suivantes:

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$$

Pour le modèle viscoélastique de Lodge, le tenseur des contraintes de Cauchy est relié à l'historique du tenseur des déformations de Finger  $\mathbf{B}$  par:

$$\sigma(t) = -p(t)\mathbf{I} + \int_{-\infty}^t \sum_k \frac{g_k}{\tau_k} e^{-(t-\tau)/\tau_k} \mathbf{B}(\tau, t) d\tau \quad (7)$$

$p$  est la pression hydrostatique et  $\mathbf{I}$  est la matrice identité. Les paramètres matériels  $g_k$  et  $\tau_k$  sont respectivement des modules de rigidités et des temps de relaxations associés au matériau viscoélastique de Lodge. La dépendance de ce modèle avec la température peut être modélisée par la loi WLF [9].

La stratégie pour l'intégration de la loi de comportement dans les équations d'équilibre consiste dans un premier temps à déterminer les contraintes principales,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ , associées au modèle de Lodge (eq. 7) avec l'hypothèse d'incompressibilité du matériau et, ensuite, utiliser les équations (6.1) et (6.2) pour déterminer les contraintes méridiennes ( $T_1$ ) et circonférentielle ( $T_2$ ).

## 3. Montage expérimental

Dans le but d'étudier le soufflage libre d'une membrane mince circulaire sous l'effet de la pression dynamique et de la température, un montage expérimental a été conçu et développé. Ce montage, qui est illustré dans la figure 2, est composé de trois modules distincts et complémentaires :

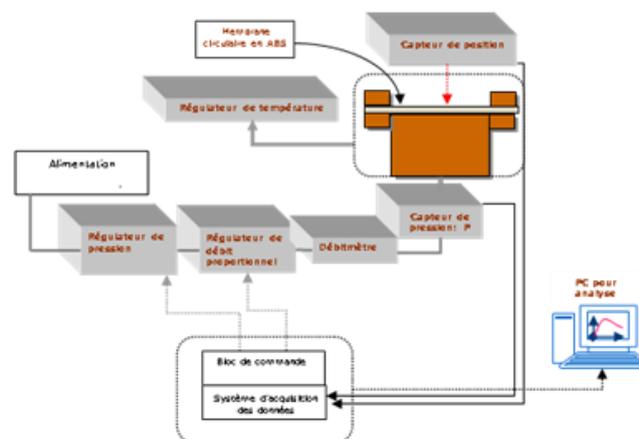


Figure 2 – Montage expérimental pour le soufflage

*Module de soufflage* : Ce module est constitué de deux anneaux métalliques amovibles et fixés sur un cylindre métallique (Figure 3), qui joue le rôle d'un réservoir tampon. Deux joints d'étanchéité en silicone résistant à la haute température sont placés entre la membrane et les anneaux pour empêcher toute fuite d'air vers l'extérieur. L'efficacité des étanchéités est assurée par un test qui consiste à introduire le module de soufflage (anneaux, membranes, joints d'étanchéité, et réservoir tampon) dans un bac rempli d'eau. Ensuite, on injecte de l'air comprimé dans le module de soufflage et on vérifie s'il n'y a pas de dégagement des bulles à travers les parois (fuites d'air).

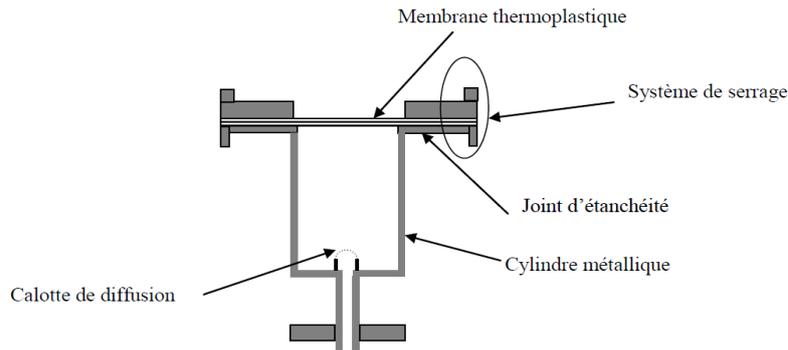


Figure 3 – Composantes du bloc de soufflage

*Chambre environnementale* : À l'intérieur de ce système que l'expérience de soufflage libre s'effectue. Le réglage et le contrôle de la température désirée au sein de cette chambre environnementale s'effectue à l'aide de résistances chauffantes dont l'alimentation est assurée par un système électrique. Le module de soufflage, décrit précédemment, peut être installé (ou retiré) à l'intérieur de la chambre environnementale.

*Système d'acquisition des données*: Ce système, qui est composé de trois parties essentielles : carte électronique, capteurs de mesures et Logiciel d'acquisition de données, permet d'enregistrer et de stocker les données mesurées (hauteurs, pression, débit et temps) dans une base de donnée. La mesure de la pression à l'intérieur de la bulle est effectuée par un capteur de pression tandis que la mesure de la hauteur, au pôle de la membrane, est réalisée par un capteur laser de position. Le soufflage de la membrane est assurée par un débit d'air maintenu constant grâce à une valve de débit pneumatique, dont les orifices s'ouvrent ou se ferment pour laisser passer l'air en fonction de la commande du signal électrique qui lui parvient

### 3.1. Expérimentation et acquisition de données

Au niveau de l'expérimentation: une feuille de plastique d'épaisseur uniforme  $h_0$ , insérée entre deux plaques reliées au module de soufflage, est chauffée à une température fixée à l'intérieur de la chambre. Lorsque la température à la surface de la membrane devient uniforme, celle-ci est soufflée à l'air à un débit contrôlé à l'aide d'une valve. Un système d'acquisition de données enregistre l'évolution de la pression à l'intérieur de la bulle au cours du temps tandis qu'un capteur de position, placé juste au-dessus du montage, enregistre l'évolution de la hauteur de la bulle.

### 3.2. Principe d'identification à l'aide des réseaux de neurones artificiels

Dans l'approche neuronale appliquée dans ce travail, dans un premier temps, des paramètres mécaniques sont choisis arbitrairement (vecteur  $y$ ), ensuite, les pressions numériques (vecteur  $x$ ) compatibles avec les hauteurs mesurées sont calculées en résolvant les équations (1-5). La résolution est effectuée à l'aide de la méthode des différences finies à pas variables. Les dimensions des vecteurs  $x$  et  $y$  sont respectivement  $n$  (nombre de hauteurs mesurées expérimentalement) et  $m$  (nombre de paramètres

mécaniques). Le vecteur  $x$  représente la couche d'entrée du réseau et  $y$  la couche de sortie (Figure 4). Les couches de réseau cachées sont composées de trois couches de dimension  $n$  par couche. Pour l'étude, nous avons utilisé deux simulateurs: SNNS (Stuttgart Neural Network Simulation) et la boîte à outils Matlab Neural Network. Ensuite, une série d'exemples ayant la même dimension que celle utilisée pour le réseau est utilisée pour tester la capacité du réseau à généraliser des données. Les algorithmes d'apprentissage sont arrêtés lorsque l'erreur moyenne converge vers une valeur spécifiée inférieure ou égale à  $10^{-2}$ .

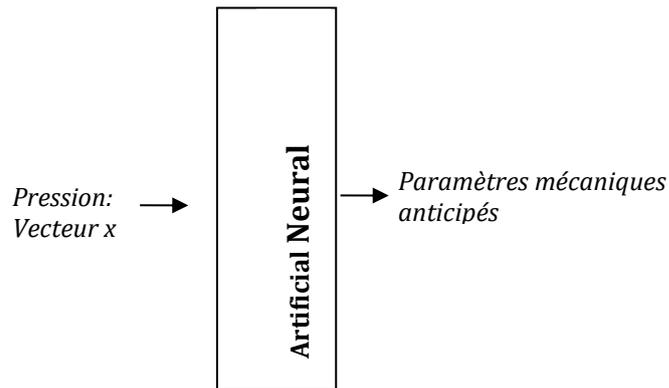


Figure 4 – Modèle ANN utilisé avec le paramètre mécanique anticipé en sortie pour une pression donnée  $P$ .

### 3.3. Application à l'ABS

Pour la mise en application, une feuille thermoplastique en ABS d'épaisseur 1.57 mm et de diamètre de 3.175 cm est utilisée. Le soufflage de la feuille est effectué à l'aide d'un débit d'air constant. Pour préserver la répétitivité des expériences, un ensemble de tests a été effectué pour le matériau. L'erreur moyenne pour la mesure des pressions est de l'ordre de 10%. La température de mise en forme considérée lors des essais expérimentaux est 143 °C. Les expériences sont déroulées, approximativement, avec le même débit (un seul temps de relaxation  $\tau_b$  et une seule rigidité  $g_b$ ). Les résultats théoriques de l'identification sont  $g_b=0.2396$  MPa et  $\tau_b= 28.28$  sec. La figure 5 illustre une vue d'état déformé de la bulle.

L'apprentissage (entraînement) est réalisé entre les pressions calculés (compatibles aux hauteurs mesurées) et les propriétés mécaniques du matériau. Ensuite, on vérifie la qualité de l'apprentissage

Dans les figures 6 et 7 sont comparés les résultats expérimentaux (moyennes) avec ceux obtenus théoriquement. On remarque que le modèle de Lodge reproduit convenablement le comportement de la membrane en ABS pour le débit utilisé.

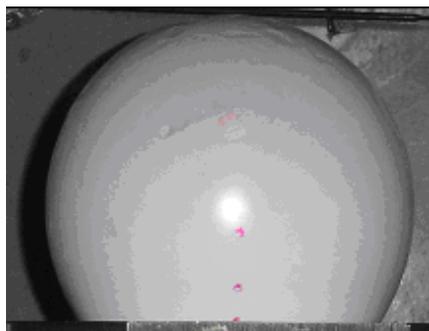


Figure 5 – Vue d'une bulle en ABS lors de soufflage

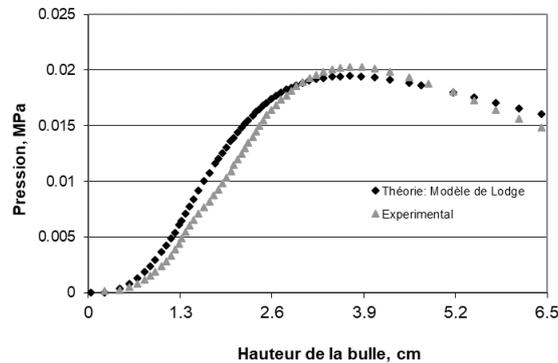


Figure 6– Pression interne de la bulle en fonction de la hauteur au pôle de la membrane

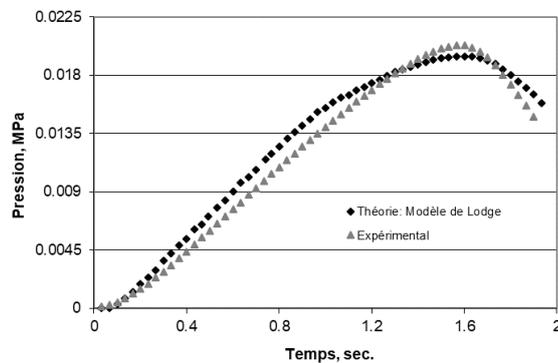


Figure 7 – Pression interne de la bulle en fonction du temps

## 1. Conclusion

Dans le cadre de ce travail, nous avons développé un montage expérimental et une méthode de caractérisation biaxiale en fonction de la pression et de la température pour déterminer les propriétés mécaniques non linéaires des matériaux thermoplastiques. Le modèle de comportement viscoélastique de Lodge est utilisé. L'identification des paramètres de ce modèle a été réalisée pour l'ABS (Acrylonitrile butadiène styrène) en utilisant les réseaux de neurones. On remarque que le modèle de Lodge reproduit convenablement le comportement de la membrane polymérique, pour le débit considéré en expérimentation.

## Références

- [1] A. Derdouri, F. Erchiqui, A. Bendada, E. Verron, B. Peseux . Viscoelastic behaviour of polymer membranes under inflation». Rheology'20000-XIII International Congress on Rheology. Vol. 3, Cambridge, United Kingdom, 394-396, 2000.
- [2] R. E. Khayat, Derdouri A., Garcia-Réjon A. Inflation of hyperelastic cylindrical membranes as applied to blow molding, International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 29, 69-87, 1992.
- [3] D. W. Marquardt. An algorithm for least squares estimation, SIAM J. Appl. Math. (11), 431-441, 1963.
- [4] F. Erchiqui, N. Kandil. Neuronal Networks Application for Characterization of Softened Polymers. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 25, No. 5, 463-473, 2006
- [5] D. D. Joye, G.W. Poehlein and C.D. Denson. A bubble inflation technique for the measurement of viscoelastic properties in equal biaxial extension flow. II Trans. Soc. Rheol. 16, 421-445, 1972.
- [6] Z. Zhang, K. Friedrich,. Artificial Neural Networks Applied to Polymer Composites: A Review, Composites Sci. Technol (63), 2029-2044, 2003
- [7] A. S. Lodge. Elastic liquids, Academic Press, London, 1964.
- [8] W. W. Fen. Viscoelastic behavior of elastomeric membranes, J. Appl. Mech. ASME 59, S29-S34, 1992.
- [9] J. D. Ferry, Viscoelastic properties of polymers, 3rd ed., New York, John Wiley & Sons, 1980.