

Une approche par projection pour l'optimisation topologique de structures imprimées par fabrication additive

K. Vilasraj Bhat¹, S. Coniglio², J. Morlier³, M. Charlotte⁴

¹ International Masters, ISAE-SUPAERO, k-vilasraj.bhat@student.isae-supaero.fr

² Airbus Operations SAS, 316 Route de Bayonne - 31300 Toulouse France

³ Univ Toulouse, ISAE SUPAERO-INSA-Mines Albi-UPS, joseph.morlier@isae-supaero.fr

⁴ Univ Toulouse, ISAE SUPAERO-INSA-Mines Albi-UPS, miguel.charlotte@isae-supaero.fr

CNRS UMR5312, Institut Clément Ader

F31055 Toulouse Cedex 04, France,

Résumé — Ce papier présente une exploration et l'application de méthodes visant à intégrer la fabrication additive (FA) à l'optimisation topologique. Les contraintes classiques dites d'overhang sont appliquées sans traitement supplémentaire (post processing). Les techniques courantes de post-traitement incluent souvent l'interprétation de la solution (lissage) et des éléments structuraux (poutre, plaque etc...) via le logiciel de post traitement. La méthodologie proposée fournit une expression explicite de la solution, contenant notamment pour les procédés de FA par déposition des informations sur les largeurs d'impression, les positions et le nombre de couches de matériaux déposés.

Mots clés — Optimisation topologique, fabrication additive, méthode par dépôt en fusion

1 Introduction

L'optimisation topologique est une méthode mathématique (d'analyse numérique) qui permet de trouver la (ou sinon une) répartition optimale de matière dans un volume donné soumis à des contraintes. Elle se distingue notamment de l'optimisation de forme qui ne fait varier que la frontière de la pièce, dont la géométrie est préfinie. A ce jour l'optimisation topologique est suffisamment mature pour être utilisée de manière fiable dans des applications industrielles. L'approche la plus connue est intitulée "Solid Isotropic Material with Penalization" (SIMP) [1, 2]. Elle vise à imposer une pénalité p sur les densités, amenant artificiellement les densités à se rapprocher de la solution 0/1 en pénalisant les densités intermédiaires. Une autre approche populaire, appelée "Evolutionary topology optimization" [3], optimise quant à elle un espace de conception donné en éliminant progressivement les parties matérielles faiblement sollicitées pour obtenir la structure résultante. Enfin, les méthodes dites "Level-Set" [4, 5] permettent de gérer facilement des modifications topologiques complexes en explicitant la forme de la frontière. Ces dernières sont proches des techniques d'optimisation topologique dites explicites, comme par exemple "Moving Morphable Components" (MMC) [6] et "Geometric Projection (GP)" [7]. Celles-ci définissent de manière différentes des composants géométriques associés à un champ de densité sur l'espace de conception. Il en résulte une complexité réduite et donc un gain en temps de conception (la complexité des méthodes classiques type SIMP étant proportionnelle à la finesse de maillage). Dans ce travail nous utilisons une amélioration de la méthode dite "Moving Nodes Approach" (MNA) [8, 9] qui est inspirée de la mécanique des fluides, et dans laquelle les composants eux-mêmes se déplacent et se transforment pour présenter une distribution plus optimale du matériau. De plus, la distribution matériau / composant est découplée du champ discrétisé.

Outre la précédente amélioration, notre étude explore la possibilité d'intégrer la fabrication additive (FA) à l'optimisation topologique. La fabrication additive est une technique qui consiste à ajouter du matériau en couches pour obtenir une structure. En un sens, cette technique permet des formes plus libres par rapport à d'autres techniques où le matériau est enlevé plutôt qu'ajouté via la tête d'impression. Par conséquent, pour tirer pleinement parti des avantages de la FA, la géométrie doit être repensée au lieu de recycler les géométries optimisées pour les techniques de fabrication conventionnelles [10]. Le couplage OT et FA permet d'obtenir des géométries auparavant irréalisables. Les procédés utilisés sont

spécifiquement la Stereolithographie et plus précisément le procédé de fusion par dépôt "Fused Deposition Modelling" (FDM) qui est particulièrement adapté à la création de pièces originales. Actuellement utilisées pour le prototypage rapide, la technologie recèle un fort potentiel pour la fabrication de produits finis prêts à l'emploi, notamment de composants métalliques conçus pour supporter les charges appliquées.

Ici les solutions optimales pour l'impression 3D seront données par une liste de positions et de largeurs d'impression à déposer au dessus du dépôt précédemment imprimé. Une simple adaptation de la méthode [8] nous permet d'optimiser facilement ce processus.

2 Méthodologie MNA pour la fabrication additive

2.1 Formulation du problème d'optimisation

L'une des fonctions objectifs les plus couramment utilisées dans le domaine de l'optimisation topologique consiste à minimiser la souplesse (ce qui revient à maximiser la rigidité de la structure ou la forme quadratique de l'énergie de déformation). On se base sur la discrétisation par éléments finis de la structure ou l'on associe à chaque élément (ou pixel) une représentation continue de la densité ρ variant de 0 à 1, 0 indiquant l'absence d'élément et inversement 1 la présence de matériaux. La transition continue-discret est assurée par une pénalisation p sur la module d'Young [11] (où $p \approx 3$ dans la plupart des cas) selon :

$$E_e(\rho_e) = E_{min} + \rho_e^p (E_0 - E_{min}), \rho_e \in [0, 1] \quad (1)$$

E_{min} étant une rigidité négligeable qui permet d'éviter la singularité de la matrice de raideur. et ρ_e la densité de l'élément fini. Par ailleurs, l'optimisation est ensuite formulée comme suit :

$$\begin{aligned} \min c(\rho) &= U^T K U = \sum_{e=1}^N E_e(\rho_e) u_e^T k_0 u_e \\ \text{subject to : } & \frac{V(x)}{V_0} = \text{volfrac}, K U = F \text{ and } 0 \leq x \leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

où c est la souplesse, volfrac est la cible de gain en volume (donc en masse) K, F, U sont respectivement la matrice de rigidité, le vecteur des forces extérieures et le vecteur des déplacements ; u_e est la déplacements du vecteur de l'élément fini e considéré ; volfrac est la cible de gain en volume (donc en masse) ; enfin, $x, V(x)$ et V_0 représentent respectivement le vecteur des variables de conception, le volume de matière et le volume du domaine de solution

2.2 Formulation MNA utilisant les composants

Comme indiqué précédemment, les composants utilisés dans cette formulation sont inspirés des composants 2D utilisés dans MNA [8]. Afin de refléter l'idée principale de représenter la solution à l'aide de trajectoire de matériaux imprimés par dépôt, des composants 1D ont été pris en compte. Le problème est ensuite contraint par l'addition de contrainte simplifiée de FA comme celle dite de dépassement d'angle ("overhang angle").

La figure 1 représente de l'illustration de l'application des contraintes de dépassement d'angle, qui exigent que les éléments imprimés aient un angle de dépassement d'au moins 45° à 135° [12, 13] afin d'être auto-portante. Lors de l'utilisation d'un composant 2D, la contrainte d'angle peut toujours être appliquée aux extrémités des composants, mais il existe toujours une violation de la contrainte (zone encadrée en rouge dans la figure 1), où l'évolution de l'angle est soudaine et ne convient pas aux techniques de fabrication additive. Ainsi, avec l'utilisation de composants 1D, la contrainte d'angle est respectée tout en lissant cette évolution. Commençons par établir les variables de conception possibles : la position (x, y) , longueur (l) et angle de chaque composant (θ) . Dans ce travail on n'utilisera pas la variable θ due au fait que l'on dépose le matériau avec un angle nul. La linéarité de cette contrainte est de plus un avantage pour la résolution. La variable y peut, elle, éventuellement réduire l'occurrence de solutions complexes. Par conséquent, les seules variables restantes (qui peuvent être utilisées sans perdre la propriété des techniques de FA) sont la position latérale (x) et la longueur (l) . Par conséquent, la fonction de densité est maintenant :

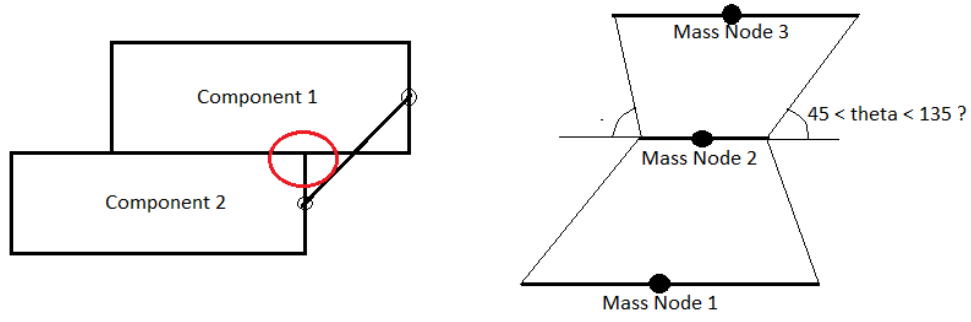


FIGURE 1 – Comparaison de la violation de contrainte entre les composants 1D et 2D

$$\rho(e) = \sum_{l=1}^N m^l W(x, \mu^l)$$

où n = Nombre total de composants

m^l = Masse associée à chaque composant

$\mu^l = [x^l, L_x^l]^T$ = vecteur des variables de chaque composant

$$W(\xi) = \begin{cases} 1-6\xi^2 + 6\xi^3, & \text{if } \xi \leq 0.5 \\ 2-6\xi + 6\xi^2 - 2\xi^3, & \text{if } \xi > 0.5 \end{cases} = \text{Fonction de forme} \quad (3)$$

$$\xi(x, x_a, L_a) = \frac{2 * \text{abs}(x - x_a)}{L_a} = \text{Fonction de normalisation}$$

$$x_a = (1 - \alpha)x_i + \alpha x_{i+1} = \text{Position du noeud equivalent}$$

$$L_a = (1 - \alpha)L_i + \alpha L_{i+1} = \text{Longueur du noeud equivalent}$$

$$\alpha = \text{Distance verticale normalisée}$$

Le composant est défini comme étant celui "à déposer" sur la couche précédente. Sa distance verticale normalisée (α) est calculée. Cette distance est ensuite utilisée pour localiser l'ordonnée x des pseudo-centres (x_α) situés entre les 2 composantes. On fait de même pour la pseudo-longueur (L_α). Celle-ci est ensuite utilisée pour trouver la distance normalisée de chaque centre d'élément fini à chaque couche d'éléments jusqu'à ce que la composante 2 ne soit atteinte. Cette distance normalisée est ensuite utilisée comme entrée de la fonction de forme (W), qui fournit directement la densité du matériau dans un élément particulier en raison de la présence des composants choisis.

2.3 Contraintes dues à la fabrication additive

La dépendance de la densité d'un élément sur la position et la longueur des composants choisis a été expliquée dans la section précédente. Il est impératif que les contraintes soient appliquées aux composants choisis. L'idée utilisée ici pour sélectionner les variables des composants est également avantageuse pour la formulation des contraintes, car l'angle à maintenir entre deux composants quelconques est de $45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$. Mathématiquement, cela se traduit par l'utilisation de 2 contraintes distinctes, l'une pour assurer $\theta \geq 45^\circ$ l'autre pour assurer $\theta \leq 135^\circ$. Par conséquent, la formulation des contraintes est la suivante :

$$\begin{aligned} C_1 : x_1 - \frac{L_1}{2} - x_2 + \frac{L_2}{2} &\leq \tan(135) \\ \Rightarrow x_1 - \frac{L_1}{2} - x_2 + \frac{L_2}{2} - N_{layers} &\leq 0 \\ C_2 : x_2 + \frac{L_2}{2} - x_1 - \frac{L_1}{2} &\leq \tan(45) \\ \Rightarrow x_2 + \frac{L_2}{2} - x_1 - \frac{L_1}{2} - N_{layers} &\leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Les gradients de C_1 and C_2 sont trivialement calculés ainsi :

$$\begin{array}{cccc} \frac{dC_1}{dx_1} = 1 & \frac{dC_1}{dL_1} = -0.5 & \frac{dC_1}{dx_2} = -1 & \frac{dC_1}{dL_2} = -0.5 \\ \frac{dC_2}{dx_1} = -1 & \frac{dC_2}{dL_1} = -0.5 & \frac{dC_2}{dx_2} = 1 & \frac{dC_2}{dL_2} = 1 \end{array}$$

Il faut noter que x_1 et L_1 sont la position latérale et la longueur d'un composant à un niveau de composant donné, tandis que x_2 et L_2 sont la position latérale et la longueur d'un composant au niveau d'impression suivant. Ces contraintes sont concaténées aux contraintes données dans l'équation 2.

2.4 Agrégation de contraintes

Un exemple de problème d'optimisation impliquant, par exemple, 5 composants sur l'axe des X et 18 composants sur l'axe des Y (donc 90 composants au total) ne produit pas moins de 170 contraintes de FA à appliquer. Au final avec le calcul de gradients, cela donne une matrice de taille 170X180. Pour assurer la mise à l'échelle avec une taille importante de composants nous avons choisi d'utiliser la méthode d'agrégation de contraintes [14, 15].

La fonction d'agrégation la plus simple est la fonction $\max()$, où la contrainte la plus violée est appliquée et le reste est ignoré. La formulation est donnée par :

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{avec } & x \in \mathbb{R}^{n_x} \\ \text{sc} & \max(g_j(x)) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n_g \end{array} \quad (5)$$

Ici $f(x)$ est la fonction objective, $g_i(x)$ les contraintes (de taille n_g). Cette fonction est désavantageuse, car elle entraîne généralement la violation d'une autre contrainte lors de la prochaine itération, le sens de la recherche étant déterminé en considérant uniquement les multiplicateurs de Lagrange de la contrainte la plus violée. La fonction $\max()$ est continue mais non différentiable. Étant donné que l'optimiseur choisi (MMA, [16]) nécessite de fournir les gradients de la fonction objective et des contraintes, cette fonction ne peut pas être utilisée. La méthode de Kreisselmeier – Steinhauser est donc la méthode la plus couramment utilisée pour l'agrégation de contraintes [17]. Sa description et sa dérivée sont donnés par :

$$\begin{aligned} KS(g_j(x)) &= \frac{1}{\rho} \ln \left[\frac{1}{N} \sum_j^{n_g} e^{\rho g_j(x)} \right] \\ \frac{dKS(g_j(x))}{dg_j(x)} &= \frac{\sum_j^{n_g} e^{\rho g_j(x)} \frac{dg_j(x)}{dx_j}}{\sum_j^{n_g} e^{\rho g_j(x)}} \end{aligned} \quad (6)$$

Cette fonction contient un paramètre ρ , appelé facteur "draw down" ou paramètre d'agrégation, qui est analogue au facteur de pénalité utilisé dans l'optimisation sous contrainte avec des méthodes de pénalité.

2.5 Optimiseur

Parmi les nombreux optimiseurs disponibles à base de gradient, il faut choisir un optimiseur adapté aux problèmes hautement non linéaires et, de préférence, avec un processus adapté à l'optimisation structurelle. Dans ce domaine l'optimiseur "Method of Moving Asymptotes" (MMA) [16] est reconnu pour sa fiabilité éprouvée dans la résolution des problèmes non linéaires. Dans cette méthode, un sous-problème approximatif strictement convexe est généré et résolu à chaque étape du processus itératif. Les sous-problèmes générés sont contrôlés par des "asymptotes en mouvement", qui stabilisent et accélèrent la convergence du problème. La formulation générale est donnée par :

$$\begin{array}{ll} \min & (f_0(x)) \quad (x \in \mathbb{R}^n) \\ \text{s.t.} & : f_i(x) \leq \hat{f}_i \quad \text{pour } i = 1, \dots, n \\ & \bar{x}_j \leq x \leq \bar{x}_j \quad \text{pour } j = 1, \dots, n \end{array} \quad (7)$$

Celle ci est transformée en :

$$\begin{aligned}
 & \min f_0(x) + z * a_0 + \sum (y_i * c_i + 0.5 * d_i * y_i^2) \\
 & \text{s.t. : } f_i(x) - z * a_i - y_i \leq 0, \text{ pour } i = 1, \dots, m \\
 & \quad x_{\min,j} \leq x \leq x_{\max,j}, \text{ pour } j = 1, \dots, n \\
 & \quad z \geq 0, y_i \geq 0, \text{ pour } i = 1, \dots, m
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Cette méthode est capable de gérer non seulement la taille des éléments en tant que variables de conception, mais également des variables de forme et d'angles (orientation des matériaux) selon le *schéma de principe* de la figure 2.

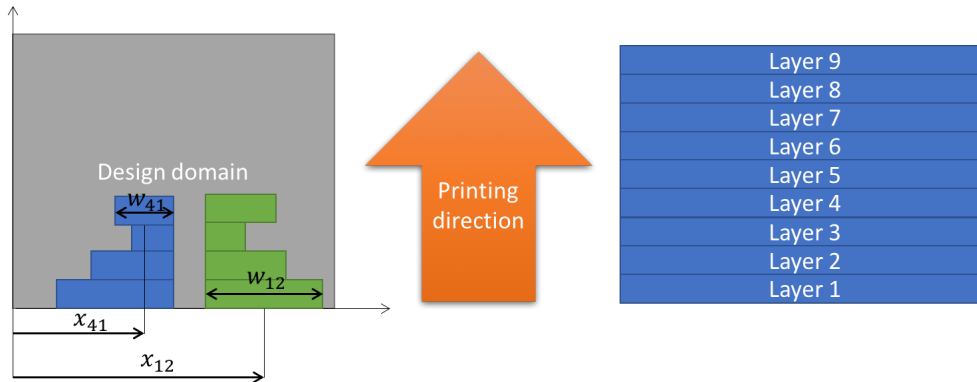


FIGURE 2 – Schéma de principe de la nouvelle méthode

3 Resultats et discussion

On décrit dans ce paragraphe les cas tests classiques dans le domaine de l'optimisation topologique : cantilever beam et L-shape illustrés sur la Fig 3. L'implémentation de la méthode est faite en MATLAB. Nous proposons ici des résultats préliminaires.

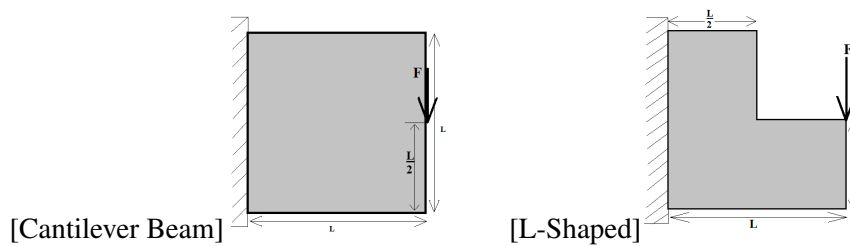


FIGURE 3 – Définition des deux cas tests

Commençons par illustrer sur le cas cantilever l'évolution de l'impression des 5 composants avant de montrer les résultats détaillés sur le cas L-shape.



FIGURE 4 – Evolution du chemin d'impression pour le cas cantilever beam (volfrac=0.5) au cours des itérations de l'optimiseur

Pour ce premier cas test, illustré sur la Fig.4, on peut voir que les résultats sont très proches entre un processus explicite comme MNA ou l'approche SIMP+AM filter. La souplesse est donnée pour chaque méthode dans le tableau 1.

TABLE 1 – comparaison en terme de souplesse sur le cas cantilever beam (volfrac=0.5)

SIMP+AM filter	16.86
MNA	17.09

Finalement nous comparons graphiquement sur la Fig.5 les résultats de notre méthodologie avec un posttraitement SIMP+AM filter [18] sur le second cas L-shape (à iso volume volfrac=0.5). En premier lieu les champs de densités sont très proches.

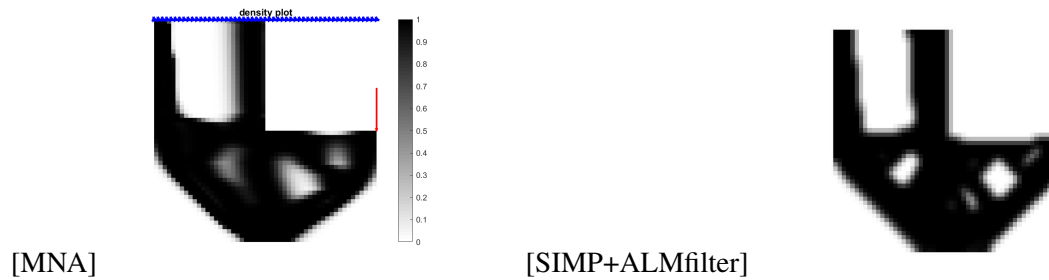


FIGURE 5 – Comparison des deux champs de densités MNA versus AM filter

Enfin, on visualise sur la figure 6 la solution explicite d'impression 3D via la méthode MNA. Les structures imprimées sont elles-mêmes des composants de taille et position variables par couche d'impression. Cette méthodologie induit l'élimination complète des supports. Par contre, comme toute méthode à base de gradient, elle est sensible à la donnée initiale X_0 .

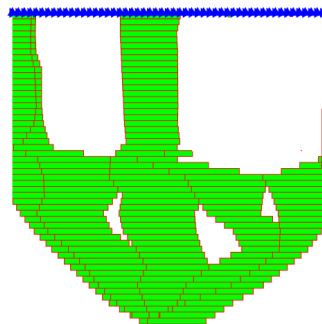


FIGURE 6 – Représentation explicite de lignes d'impression en fonction des 5 composants initiaux

TABLE 2 – comparaison en terme de souplesse sur le cas L-shape (volfrac=0.5)

SIMP+AM filter	70.07
MNA	74.42

Le tableau 2 indique les souplesses effectives obtenues par ces différentes méthodes. Encore une fois pour ce gain en volume, les deux méthodes sont très proches en terme de souplesse.

4 Conclusion

Cet article propose une approche originale de l'optimisation topologique pour la fabrication additive, où les structures imprimées sont elles-mêmes des composants à utiliser dans une optimisation de topologie explicite. Cela induit l'élimination complète des supports, et donc une réduction des coûts de production. Les contraintes mathématiques utilisées sont purement linéaires, ce qui réduit considérablement le coût de calcul de l'optimisation.

Références

- [1] Martin Philip Bendsøe and Noboru Kikuchi. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 71(2) :197–224, 1988.
- [2] Martin P Bendsøe and Ole Sigmund. Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of applied mechanics*, 69(9-10) :635–654, 1999.
- [3] Yi M Xie and Grant P Steven. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Computers & structures*, 49(5) :885–896, 1993.
- [4] Michael Yu Wang, Xiaoming Wang, and Dongming Guo. A level set method for structural topology optimization. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(1-2) :227–246, 2003.
- [5] Grégoire Allaire, François Jouve, and Anca-Maria Toader. Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method. *Journal of computational physics*, 194(1) :363–393, 2004.
- [6] Xu Guo, Weisheng Zhang, and Wenliang Zhong. Doing topology optimization explicitly and geometrically—a new moving morphable components based framework. *Journal of Applied Mechanics*, 81(8) :081009, 2014.
- [7] JA Norato, BK Bell, and DA Tortorelli. A geometry projection method for continuum-based topology optimization with discrete elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 293 :306–327, 2015.
- [8] Ghislain Raze, Miguel Charlotte, and Joseph Morlier. Explicit topology optimization through the moving node approach : Beam elements recognition. In *Proceedings of CSMA 2017*, 2017.
- [9] Johannes TB Overvelde. The moving node approach in topology optimization. 2012.
- [10] Andrew T Gaynor, Nicholas A Meisel, Christopher B Williams, and James K Guest. Topology optimization for additive manufacturing : considering maximum overhang constraint. In *15th AIAA/ISSMO multidisciplinary analysis and optimization conference*, page 2036, 2014.
- [11] Martin P Bendsøe. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural optimization*, 1(4) :193–202, 1989.
- [12] Jannis Kranz, Dirk Herzog, and Claus Emmelmann. Design guidelines for laser additive manufacturing of lightweight structures in titanium. *Journal of Laser Applications*, 27(S1) :S14001, 2015.
- [13] Daniel Thomas. *The development of design rules for selective laser melting*. PhD thesis, University of Wales, 2009.
- [14] Gerhard Kreisselmeier and Reinhold Steinhauser. Systematische auslegung von reglern durch optimierung eines vektoruellen gütekriteriums/systematic controller design by optimization of a vector performance index. *at-Automatisierungstechnik*, 27(1-12) :76–79, 1979.
- [15] Nicholas MK Poon and Joaquim RRA Martins. An adaptive approach to constraint aggregation using adjoint sensitivity analysis. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 34(1) :61–73, 2007.
- [16] Krister Svanberg. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. *International journal for numerical methods in engineering*, 24(2) :359–373, 1987.
- [17] JRRR Martins and Nicholas MK Poon. On structural optimization using constraint aggregation. In *VI World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization WCSMO6, Rio de Janeiro, Brasil*, 2005.
- [18] Matthijs Langelaar. An additive manufacturing filter for topology optimization of print-ready designs. *Structural and multidisciplinary optimization*, 55(3) :871–883, 2017.