

# Un modèle éléments finis avec contact et frottement en petits glissements pour la tension et la flexion d'un câble spiralé monotoron

F. Bussolati<sup>1,2</sup>, P.-A. Guidault<sup>2</sup>, M. Guiton<sup>1</sup>, O. Allix<sup>2</sup>

<sup>1</sup> IFP Énergies nouvelles, Direction Mécanique Appliquée, {federico.bussolati,martin.guiton}@ifpen.fr

<sup>2</sup> LMT, ENS Cachan, CNRS, Université Paris-Saclay, 94235, Cachan, France {pierre-alain.guidault,olivier.allix}@ens-paris-saclay.fr

**Résumé** — En considérant que les glissements au sein d'un câble restent petits, même lors de flexion avec des rayons de courbure d'une dizaine de mètres, nous proposons un nouveau modèle formulant le contact et le frottement entre des poutres, sans réactualisation de l'appariement de contact défini à l'état initial. Cette particularité offre un gain de 25 en temps de calcul et en robustesse par rapport aux modèles proposés dans la littérature. La distribution des tensions au sein du câble reste comparable à celle déterminée par des modèles poutre-poutre formulés en grand glissement.

**Mots clés** — câble monotoron, éléments finis, contact, frottement, tension, flexion.

## 1 Introduction

La prédiction des états de contraintes au sein des câbles monotorons soumis à une tension et une flexion est cruciale pour le dimensionnement de ces câbles à la fatigue dans de nombreuses applications d'ingénierie (levage, téléphérique, ancrage de structures flottantes, transport électrique de haute tension aérien etc...). Le travail que nous présentons a été réalisé dans le cadre d'une thèse dont l'objectif est de mieux prédire la fatigue de câbles dans les lignes d'ancrage d'une éolienne *offshore* flottante. Comme indiqué par [1], des éléments expérimentaux indiquent que la ruine des câbles soumis à tension et flexion est fortement influencée par les conditions de contact et de frottement entre les fils.

De nombreux modèles ont été proposés pour rendre compte de ces phénomènes de manière analytique avec diverses simplifications. Dans [2, 3], chaque couche de fils est représentée comme un cylindre orthotrope. Dans [4, 5, 6], chaque fil est représenté par une poutre d'Euler-Bernouilli. En considérant les déplacements le long des fils en hélice lors de la flexion, ces auteurs obtiennent la raideur en flexion et la force axiale dans les fils en un angle circonférentiel donné. Cette force axiale est obtenue en intégrant l'équilibre d'un élément de fil avec un frottement de Coulomb, et en supposant qu'elle ne varie pas au cours de la flexion le long de l'axe neutre d'une section du câble. Sur un cycle monotone de flexion, ils retrouvent une raideur en flexion qui décroît depuis sa valeur maximale  $EI_{max}$  lorsque tous les fils sont adhérents, vers sa valeur minimale  $EI_{min}$ , au fur et à mesure que le glissement se propage de l'extérieur vers l'intérieur du câble.

Plus récemment des modèles numériques ont permis d'étudier la réponse des câbles en tension et flexion avec une cinématique plus complète, en particulier à proximité de terminaison avec serrage du câble, comme par exemple l'encastrement des câbles électriques aériens au niveau de pylônes de support [7], ou près des embouts pour les câbles d'ancrage *offshore* [2]. Soulignons de plus qu'un câble monotoron présente des couches d'angles d'enroulement opposés, afin d'équilibrer au mieux le câble en torsion. Les modèles numériques prennent en compte la torsion et permettent de mieux décrire le contact de type treillis entre les fils de couches adjacentes. Des modèles éléments finis ont cherché à simuler les câbles à partir d'éléments volumiques, par exemple [8, 9]. Si ces modèles permettent d'étudier en détail la déformation des fils, ils restent toutefois extrêmement coûteux en temps de calcul, notamment à cause des conditions de contact et de frottement entre les surfaces des fils. Cela entraîne une limitation importante sur la dimension du modèle, et la possibilité de les utiliser dans une étude paramétrique ou avec de nombreux cas de charge comme c'est le cas pour calculer la durée de vie en fatigue.

Des auteurs ont montré que l'utilisation d'éléments de poutre permettait de retrouver des résultats comparables en réduisant significativement le nombre de degrés de liberté du modèle [10, 11, 7]. Ces modèles requièrent en particulier une formulation du contact et frottement spécifique aux poutres, en

s'inspirant notamment des travaux de [12, 13]. La robustesse de ces algorithmes dépend notamment fortement du traitement de l'incompatibilité des maillages, incontournable en grands glissements, pour l'intégration des contributions de contact et du frottement à l'équilibre. Une stratégie robuste est par exemple proposée dans [14] et appliquée au cas des câbles tressés dans [15].

Nous proposons dans ce papier une nouvelle approche pour réduire le coût calcul, en supposant que les glissements relatifs lors de la flexion restent suffisamment petits, pour ne pas réactualiser l'appariement de contact entre les noeuds définissant les maillages des poutres de fils adjacents. La comparaison des résultats obtenus avec un modèle permettant les grands glissements sur un cas de tension et flexion de câble documenté dans [11], est illustrée ci-après, et permet de valider cette hypothèse.

## 2 Principes du modèle

Le principe du modèle est illustré sur la Figure 1. Considérons à l'état initial le contact entre deux points  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  situés sur 2 poutres que nous supposons non parallèles. Les poutres sont de section circulaires de rayons  $r_1$  et  $r_2$ , respectivement. Ayant pour objectif de travailler sur des câbles *offshore* en acier, nous négligeons les effets de Poisson dans ces sections. Nous définissons de plus les vecteurs tangents  $\mathbf{T}_1$  et  $\mathbf{T}_2$  le long de ces poutres en ces points et supposons qu'elles sont en contact ponctuels en un point  $\mathbf{I}_{12}$ . Un élément fondamental dans tout algorithme du contact est la définition de la normale de contact, étant donné qu'elle porte les efforts de contact et que les efforts de frottement sont définis dans son plan orthogonal. Nous reprenons ici le principe fréquemment utilisé dans les algorithmes de contact entre poutres, avec une normale calculée comme le produit vectoriel normalisé des tangentes [12, 13].

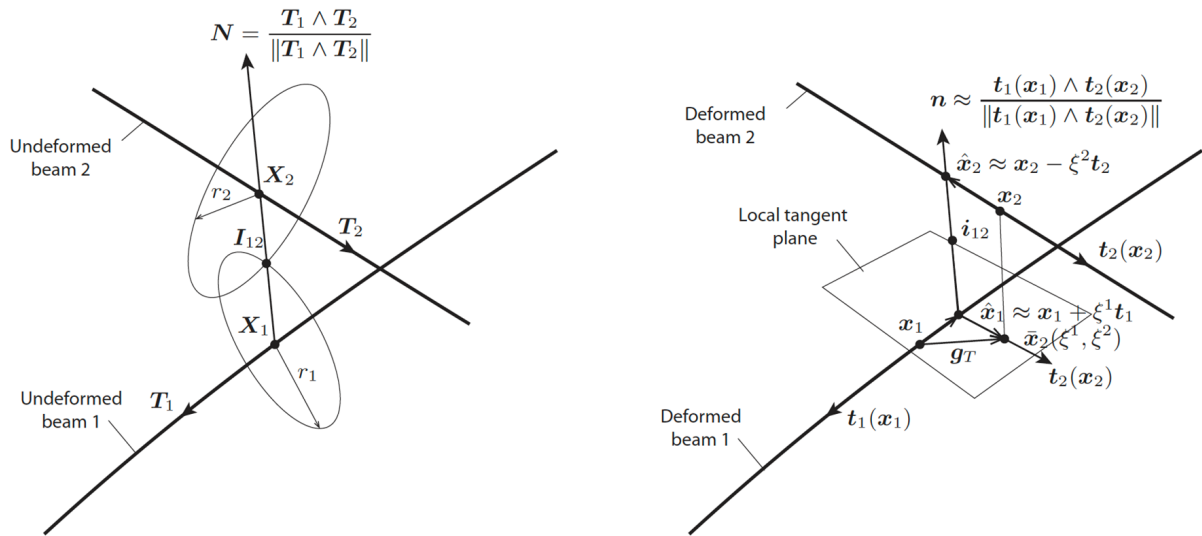


FIGURE 1 – Cinématique du modèle de contact poutre-poutre en petits glissements. État initial, à gauche et en configuration déformée, à droite.

Notons  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  les transformées des points. En supposant que les glissements relatifs entre les poutres restent suffisamment petits lors de la tension et de la flexion, les points qui minimisent la distance entre les deux poutres sont exprimés de la façon suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}_1 \approx \mathbf{x}_1 + \xi^1 \mathbf{t}_1(\mathbf{x}_1) \quad \hat{\mathbf{x}}_2 \approx \mathbf{x}_2 - \xi^2 \mathbf{t}_2(\mathbf{x}_2)$$

où les vecteurs  $\mathbf{t}_1(\mathbf{x}_1)$  et  $\mathbf{t}_2(\mathbf{x}_2)$  sont les vecteurs tangents aux poutres dans la configuration déformée, obtenus en appliquant les rotations en ces noeuds aux tangentes initiales. Par conséquent, le vecteur normal  $\mathbf{n}$  est approché selon :

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}_1(\hat{\mathbf{x}}_1) \wedge \mathbf{t}_2(\hat{\mathbf{x}}_2)}{\|\mathbf{t}_1(\hat{\mathbf{x}}_1) \wedge \mathbf{t}_2(\hat{\mathbf{x}}_2)\|} \approx \frac{\mathbf{t}_1(\mathbf{x}_1) \wedge \mathbf{t}_2(\mathbf{x}_2)}{\|\mathbf{t}_1(\mathbf{x}_1) \wedge \mathbf{t}_2(\mathbf{x}_2)\|}$$

La pénétration normale  $g_N$  et le vecteur glissement  $\mathbf{g}_T$  sont ensuite définis :

$$g_N = (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \cdot \mathbf{n} - (r_1 + r_2)$$

$$\mathbf{g}_T = \xi^1 \mathbf{t}_1(\mathbf{x}_1) + \xi^2 \mathbf{t}_2(\mathbf{x}_2)$$

Afin de régulariser la loi de la réaction de contact en fonction de  $g_N$ , nous utilisons une approche de pénalisation, en prenant soin de choisir un coefficient suffisamment large pour minimiser les pénétrations et suffisamment petit pour éviter des problèmes de conditionnement de la matrice tangente à inverser au sein de la boucle de Newton-Raphson de l'équation d'équilibre non-linéaire.

Le frottement est décrit par un modèle de Coulomb analogue à l'élasto-plasticité [16]. En deçà du seuil de Coulomb, la réponse élastique fait intervenir une raideur analogue à un coefficient de pénalisation, correspondant à un glissement élastique petit. Au-delà du seuil, la réaction de contact tangente est obtenue, par un algorithme de retour radial sur le critère. Les expressions complètes de la formulation variationnelle de ce modèle, et de sa linéarisation pour obtenir la matrice tangente de l'algorithme de Newton-Raphson, seront détaillées dans une prochaine publication.

### 3 Comparaison avec des algorithmes de contact et frottement en grands glissement

Le modèle proposé a été implémenté dans le logiciel Abaqus<sup>®</sup>, grâce à l'introduction d'une sous-routine utilisateur UEL. Afin de le valider, un essai expérimental sur un câble monotoron documenté dans [5] a été simulé. Le câble, d'une longueur d'un mètre, est composé de quatre couches de fils enroulés en hélice autour d'un fil central. Dans la phase initiale, le câble est soumis à une force de tension de 40 kN. Il est ensuite soumis à un chargement latéral cyclique au milieu du câble, jusqu'à une valeur de 4.3 kN et en gardant le même niveau de tension (figure 2).

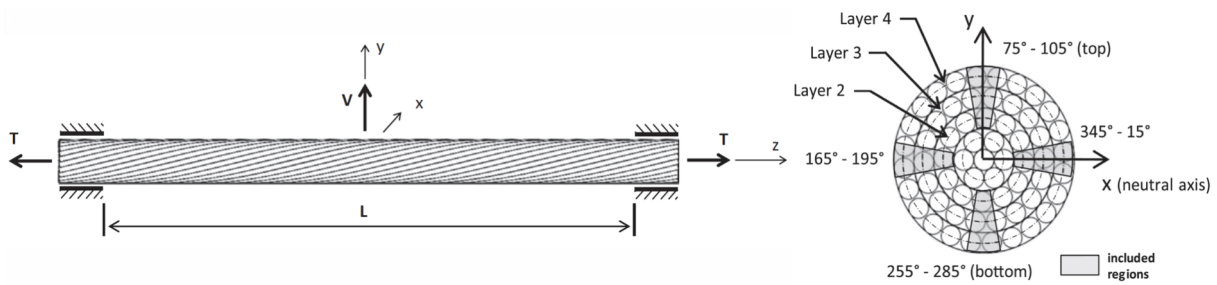


FIGURE 2 – Représentation schématique de l'essai de tension-flexion et division de la section transversale du câble en secteurs, d'après [11].

TABLEAU 1 – Propriétés du câble *Cardinal ACSR* ( $E$ =module de Young ;  $\nu$ =coefficient de Poisson ;  $\alpha$ =angle d'enroulement ;  $\mu$ =coefficient de frottement lié au contact avec la couche supérieure).

Couche	Nombre de fils	Diamètre des fils (mm)	$E$ (GPa)	$\nu$	$\alpha$ (°)	$\mu$
Centrale	1	3.34	210	0.3	-	0.3
1	6	3.34	180	0.3	6.06	0.5
2	12	3.32	65	0.33	11.99	0.5
3	18	3.32	65	0.33	11.80	0.5
4	24	3.32	65	0.33	13.10	-

Notons que le contact entre le fil central et la première couche est linéique. Les autres contact inter-couches sont de type ponctuel, avec environ cinq mille appariements de contact dans l'ensemble du modèle. Les contacts entre fils d'une même couche ont été négligés dans le modèle proposé, après avoir constaté qu'ils n'ont pas d'influence sur les résultats.

Nous avons repris les propriétés mécaniques et les coefficients de frottement de [11] qui sont reportés sur le tableau 1. Les fils ont été modélisés avec des éléments de poutre linéaires. Les noeuds de ces éléments sont placés de façon à avoir un noeud en chaque point de contact dans l'état initial. La position de ces points peut être déterminée par des opérations géométriques triviales. De plus, la longueur maximale

TABLEAU 2 – Maillage du modèle avec user éléments.

Couche	Nombre d'éléments par fil	Longueur moyenne des éléments (mm)
Centrale	364	2.75
1	364	2.76
2	357	2.86
3	377	2.71
4	330	3.11

des éléments est fixée à 4 mm. Les caractéristiques du maillage ainsi construit sont reportées dans le tableau 2.

Le coefficient de pénalisation normale  $K_N$  a été fixé à  $5.e4 N/mm$  et le coefficient de pénalisation en direction tangentielle  $K_T$  est calculé pour obtenir un glissement élastique  $g_{lim} = 5 \mu m$ , soit

$$K_T = \frac{\mu P}{g_{lim}}$$

où  $P$  est la force de contact normale.

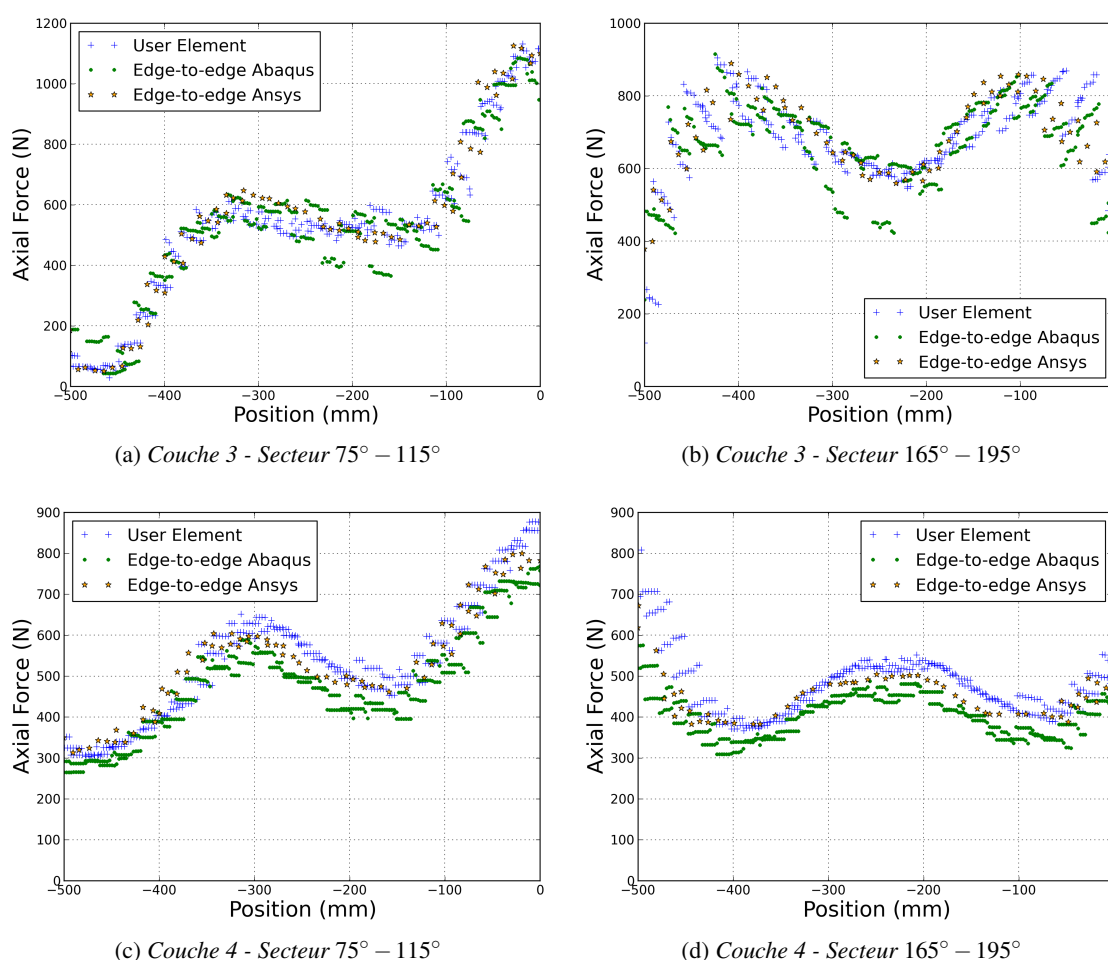


FIGURE 3 – Force axiale au moment de la déflexion maximale.

Les résultats du modèle proposé ont été comparés avec ceux obtenus par des modèles avec contact poutre-poutre en grands glissements :

- dans Abaqus<sup>®</sup>, où chaque fil est discretisé par 400 éléments de poutre linéaires, les paramètres de contact étant  $K_N = 5e4 N/mm$  et  $g_{lim} = 25 \mu m$  ;
- dans Ansys<sup>®</sup> (utilisé dans [11]), où les auteurs emploient des éléments de poutre quadratiques et  $K_N, K_T \approx 1.e6 N/mm$ .

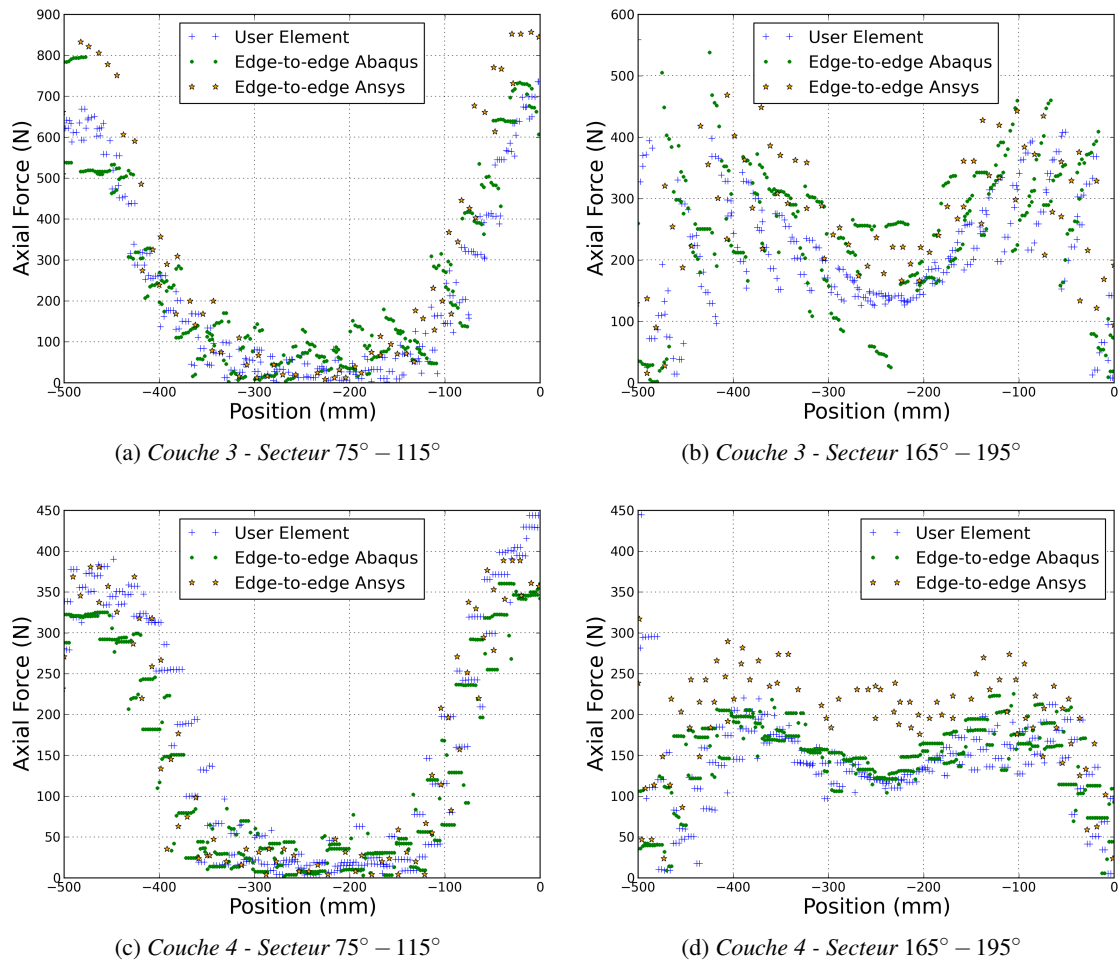


FIGURE 4 – Variation de force axiale entre un chargement transversal nul et maximal.

Sur la figure 3 on représente la force axiale des fils obtenue avec les différents modèles, en fonction de la position en  $z$  (voir figure 2), l'origine étant située au milieu du modèle. Les différents diagrammes correspondent aux résultats des calculs en différents secteurs (voir figure 2) de la section transversale du câble, pour une couche intermédiaire et pour une couche externe. La figure 4 montre la variation de cette force axiale entre le chargement latéral maximal et après décharge, pour tous les noeuds du maillage des éléments de poutre de la couche et du secteur angulaire considéré. Nous constatons un bon accord entre les différents résultats, ce qui valide notre hypothèse de petits glissements.

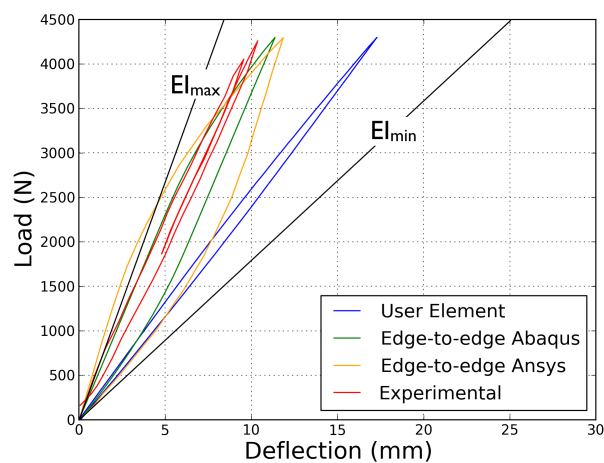


FIGURE 5 – Chargement latéral vs déflexion au centre du modèle pour les différents modèles et pour la réponse expérimentale de [5].

Nous constatons cependant un écart important entre les modèles pour la courbe du chargement latéral en fonction de la déflexion (figure 5). En particulier, le modèle proposé donne une réponse plus souple que celle des autres modèles numériques et que celle des résultats expérimentaux. Cette différence doit faire l'objet d'une investigation supplémentaire.

## 4 Conclusion

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une thèse dont l'objectif est de mieux estimer la fatigue des câbles utilisés comme ancrage d'une éolienne *offshore* flottante.

Une nouvelle stratégie de modélisation des câbles monotorons a été considérée, avec le développement d'un élément finis conçu pour modéliser les contacts entre fils non parallèles, discrétisés avec des éléments de poutre, dans l'hypothèse de petits glissements. L'avantage de cette stratégie est lié au faible coût de calcul, aspect particulièrement important dans les calculs de fatigue, où un grand nombre de conditions de chargement doit être considéré. Sur un cas simple de modélisation de contact d'une hélice enroulée autour d'un cylindre, cette approche a montré un gain de 25 en temps par rapport à l'emploi d'un modèle avec l'algorithme de contact poutre-poutre d'Abaqus<sup>®</sup>. Ce gain est lié en particulier au fait que l'appariement de contact reste fixé au cours de l'analyse.

Le modèle proposé a été utilisé pour la simulation d'un essai de tension-flexion d'un câble monotoron électrique *Cardinal ACSR* d'un diamètre d'environ 30 mm. Ce câble est chargé cycliquement au milieu jusqu'à 4.3 kN sur un tension constante de 40 kN. La distribution des forces axiales aux fils et de leurs variations le long du câble est comparable à celle obtenue par des modèles poutre-poutre formulés en grands glissements. Un écart est cependant constaté pour la déflexion du câble, qui reste à investiguer.

## Références

- [1] M. Raouf. *Free bending fatigue of axially pre-loaded spiral strands*, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 27(3) :127-136, 1992.
- [2] M. Raouf and R.E. Hobbs. *Bending of spiral strand and armored cables close to terminations*. J Energy Resour Technol Trans ASME, 106 :349-55, 1984.
- [3] C. Jolicoeur and A. Cardou. *Semicontinuous mathematical model for bending of multilayered wire strands*, Journal of engineering Mechanics, 122(7) :643-650, 1996.
- [4] R.A. LeClair and G.A. Costello. *Axial, bending and torsional loading of a strand with friction*. J Offshore Mech Arct Eng, 110 :38-42, 1988.
- [5] K. O. Papailiou. *Bending of helically twisted cables under variable bending stiffness due to internal friction, tensile force and cable curvature*, Doctor of Technical Sciences thesis, ETH, Zurich, Swiss, 1995.
- [6] K.-J. Hong, A. Der Kiureghian, and J. L. Sackman. *Bending behavior of helically wrapped cables*, Journal of engineering mechanics, 131(5) :500- 511, 2005.
- [7] S. Lalonde, R. Guilbault, and S. Langlois. *Modeling multilayered wire strands, a strategy based on 3d finite element beam-to-beam contacts part II : Application to wind-induced vibration and fatigue analysis of overhead conductors*, International Journal of Mechanical Sciences, 126 :297-307, 2017.
- [8] E. Stanova, G. Fedorko, M. Fabian, and S. Kmet. *Computer modelling of wire strands and ropes part II : Finite element-based applications*, Advances in Engineering Software, 42(6) :322-331, 2011.
- [9] R. Judge, Z. Yang, S. Jones, and G. Beattie. *Full 3D Finite element modelling of spiral strand cables*, Construction and Building Materials, 35 :452-459, 2012.
- [10] W. Zhou and H-Q. Tian. *A novel finite element model for single-layered wire strand*. J Cent South Univ, 20 :1767-1, 2013.
- [11] S. Lalonde, R. Guilbault, and F. Légeron. *Modeling multilayered wire strands, a strategy based on 3d finite element beam-to-beam contacts part I : Model formulation and validation*, International Journal of Mechanical Sciences, 126 :281-296, 2017.
- [12] P. Wriggers and G. Zavarise. *On contact between three-dimensional beams undergoing large deflections*, International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 13(6) :429-438, 1997.
- [13] G. Zavarise and P. Wriggers. *Contact with friction between beams in 3-D space*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 49(8) :977-1006, 2000.
- [14] D. Durville. *Contact-friction modeling within elastic beam assemblies : an application to knot tightening*, Computational Mechanics, 49(6) :687- 707, 2012.

- [15] D. Durville and P. Davies. *Simulation du passage de câbles tressés synthétiques sur une poulie*, In CSMA 2013-11e Colloque National en Calcul des Structures, 2013.
- [16] P. Wriggers, *Computational Contact Mechanics*, 2nd Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. doi :10.1007/978-3-540-32609-0.