

Caractérisation et modélisation de l'amorçage de fissures dans des éprouvettes trouées

A. Doitrand¹, D. Leguillon², R. Estevez¹

¹ Université Grenoble-Alpes – CNRS UMR 5266, SIMaP, F-38000 Grenoble, France

² Institut Jean le Rond d'Alembert, Sorbonne Université, CNRS, UMR 7190, F-75005 Paris, France

Résumé — L'amorçage de fissures dans des éprouvettes trouées en PMMA sous sollicitation de compression est caractérisé expérimentalement et modélisé avec le critère couplé et des modèles de zones cohésives. La nucléation abrupte/spontanée d'une fissure d'une longueur finie est prédite par les deux approches. Ce caractère abrupt de l'amorçage est également mis en évidence expérimentalement. Un accord satisfaisant est obtenu entre la variation de la force à l'amorçage et de la longueur d'arrêt de la fissure prédites pour différentes configurations de trou et mesurées expérimentalement.

Mots clés — Amorçage d'une fissure ; Longueur d'arrêt ; Critère couplé ; Zone cohésive.

1 Introduction

La modélisation de l'amorçage d'une fissure peut être étudiée à partir d'une approche de type "Finite Fracture Mechanics", qui consiste à considérer des incréments de fissures de taille finie [6, 8]. Cette approche a été développée pour compléter la mécanique linéaire élastique de la rupture qui permet d'étudier la croissance d'une fissure déjà existante mais échoue à prévoir l'étape de nucléation. La formation spontanée/abrupte d'un incrément de fissure d'une longueur finie est l'hypothèse de base du critère couplé [7]. Cette approche consiste à satisfaire simultanément un critère en énergie et un critère en contrainte et permet la prévision du niveau de charge et de la longueur de la fissure à l'amorçage. L'emploi d'un modèle de zone cohésive est un autre moyen permettant la modélisation de la fissuration [5, 9]. Ce travail a pour objectif d'évaluer expérimentalement la validité de l'hypothèse de nucléation abrupte d'une fissure sur une longueur finie, de caractériser et de modéliser l'étape d'amorçage de la fissure. La campagne de caractérisation de l'amorçage de la fissuration est présentée en Section 2. Les modèles pour l'amorçage de la fissuration (critère couplé et zones cohésives) sont présentés en Section 3. La section 4 présente l'implémentation numérique et les résultats concernant l'amorçage des fissures.

2 Essais de caractérisation de l'amorçage

Une campagne expérimentale de caractérisation de l'amorçage de la fissuration dans des éprouvettes trouées en PMMA sous sollicitation de compression a été réalisée. Les éprouvettes ont été usinées par découpe laser et incluent des trous rhomboédriques (Fig 1a) de quatre tailles (demi diagonale verticale de 4.2 à 7.4mm) et cinq angles (de 70 deg. à 110 deg.) différents, soit 20 configurations au total. Les dimensions des éprouvettes sont $l = 59.5 \pm 0.05 \text{ mm}$, $w = 39.5 \pm 0.05 \text{ mm}$ et $t = 9.5 \pm 0.05 \text{ mm}$. Les éprouvettes présentent un rayon d'entaille dû à la découpe laser, ce qui tend à provoquer un amorçage à un niveau de chargement plus élevé que dans le cas d'une entaille parfaitement pointue. Deux éprouvettes par configurations ont été testées. Les essais ont été menés sur une machine d'essai Zwick de capacité 20kN à une vitesse de chargement de 0.5mm/min afin de garantir des conditions d'essais quasi-statiques. L'utilisation d'un plateau rotulé a permis d'assurer une sollicitation uniaxiale (Fig 1b). Des observations optiques avec une caméra Allied Vision Prosilica GX (29M pixels) ont été réalisées à une fréquence de 1 Hz et un temps d'exposition d'une seconde. Cela a permis de capturer l'amorçage d'une fissure intervenant durant la seconde d'intervalle entre deux acquisitions. Sous sollicitation de compression, l'amorçage de la fissuration dans les éprouvettes a lieu au niveau des entailles en V supérieures et inférieures. Une fissure verticale amorce dans la direction de la sollicitation de compression (Fig 1c). Certaines éprou-

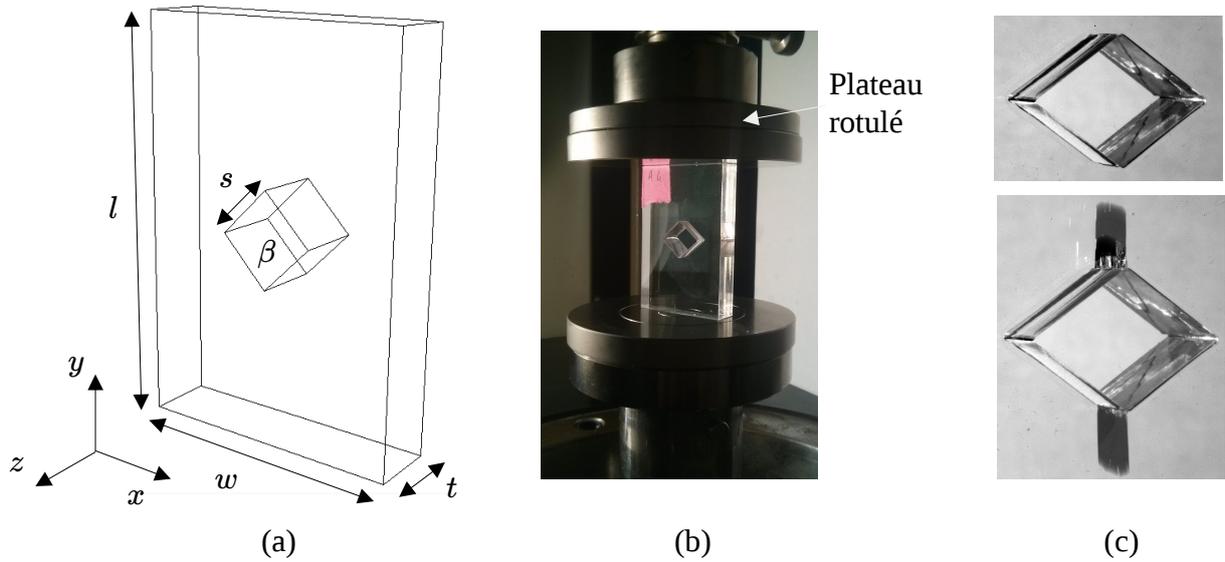


FIGURE 1 – (a) Dimensions des éprouvettes avec un trou rhomboédrique, (b) photographie du montage expérimental de compression et (c) observation optique (en haut) juste avant et (en bas) juste après l’amorçage de la fissuration.

vettes testées contiennent des défauts au niveau de l’entaille en V qui ont probablement été créés lors de la fabrication des éprouvettes. Pour ces éprouvettes, un amorçage relativement progressif de la fissure à partir du défaut est observé. Ce type d’amorçage a principalement été observé pour certaines éprouvettes avec les plus petits angles d’entaille. Toutefois, pour la majeure partie des éprouvettes testées, un amorçage abrupt est observé expérimentalement. La formation d’une fissure d’une longueur finie a lieu de manière spontanée. Dans la Fig 1c, l’incrément de déplacement entre les deux images présentées est $8.3 \times 10^{-3} \text{mm}$. Le trou a une diagonale verticale de 14.8mm et un angle de 110 deg. pour l’entaille en V. La fissure amorce et propage de manière instable sur une longueur d’environ 7mm, mettant ainsi en évidence le caractère abrupt de la formation d’une fissure sur une longueur finie à l’amorçage. Un intérêt particulier de l’étude de l’étape d’amorçage de la fissuration est qu’elle met en évidence des effets de géométrie et de taille. Pour les éprouvettes testées, la force à l’amorçage diminue et la longueur d’arrêt de la fissure augmente lorsque la taille ou l’angle du trou augmente.

3 Modélisation de l’amorçage d’une fissure

3.1 Critère couplé

L’approche du critère couplé [7] consiste à remplir simultanément deux conditions pour garantir l’amorçage d’une fissure. La première est un état de contrainte suffisamment élevé sur le chemin présumé de la fissure. Pour un matériau isotrope et homogène, cela revient à comparer la contrainte normale au plan de fissure σ_{nn} à la résistance σ_c du matériau :

$$\sigma_{nn} \geq \sigma_c \text{ sur le chemin présumé de la fissure.} \quad (1)$$

La seconde condition compare l’énergie dissipée par la nucléation d’une fissure de surface S , *i.e.* la variation d’énergie potentielle entre la configuration saine et la configuration fissurée, à l’énergie nécessaire à la formation de cette fissure $G^c S$ (où G^c est le taux de restitution d’énergie critique du matériau et G^{inc} le taux de restitution d’énergie incremental) :

$$G^{\text{inc}}(S) = -\frac{\Delta W(S)}{S} = \frac{W(0) - W(S)}{S} \geq G^c. \quad (2)$$

Sous l'hypothèse des petites déformations et dans un cadre linéaire élastique, la contrainte et l'énergie potentielle sont respectivement proportionnelles au chargement imposé (P) et au carré du chargement imposé.

$$G^{inc}(S) = A(S)P^2, \quad (3)$$

$$\sigma_{nn} = kP, \quad (4)$$

où A et k sont des fonctions dépendant de la géométrie de la configuration étudiée et peuvent être déterminées à partir de calculs par éléments finis. La résolution combinée de (1) et (2) amène à trouver la surface de fissure S^* et le chargement minimum P^* pour lesquels les deux critères sont simultanément remplis :

$$S^* = \operatorname{argmin}_S \left\{ \max \left(\sqrt{\frac{G^c}{A(S)}}, \frac{\sigma_c}{k(S)} \right) \right\}, \quad (5)$$

$$P^* = \max \left(\sqrt{\frac{G^c}{A(S^*)}}, \frac{\sigma_c}{k(S^*)} \right). \quad (6)$$

Le taux de restitution d'énergie G peut être directement calculé à partir G^{inc} , sa dérivée et la surface de la fissure [4] :

$$G(S) = -\frac{dW(S)}{dS} = \frac{dG^{inc}(S)}{dS}S + G^{inc}(S). \quad (7)$$

Il est donc possible d'étudier la stabilité de la propagation de la fissure après l'amorçage. Plusieurs cas de figure peuvent être rencontrés selon l'évolution du taux de restitution d'énergie :

- o Pas de propagation : $G < G^c$,
- o Propagation stable : $G = G^c$ et $\frac{dG}{dS} \leq 0$,
- o Propagation instable : $G > G^c$ ou ($G = G^c$ et $\frac{dG}{dS} \geq 0$).

Si la fissure amorce pour une configuration correspondant à un maximum du taux de restitution d'énergie incrémental (*cf. e.g.* [3]), alors la configuration d'amorçage est également une configuration d'arrêt, puisque la fissure ne propage pas sans augmentation du chargement. Dans la plupart des cas, la fissure amorce pour une configuration où G^{inc} est croissant de sorte que $G > G^c$ (Fig. 2). Ce cas de figure conduit alors à une propagation instable de la fissure juste après l'amorçage. La fissure propage sans augmentation du chargement au minimum jusqu'à S_{\min} tel que $G(S_{\min}) = G^c$, qui est une condition classique d'arrêt de propagation. Pendant la propagation instable de la fissure de S^* à S_{\min} , un excès d'énergie (zone hachurée en vert sur la Fig. 2) n'a pas été consommé et est disponible pour une propagation supplémentaire de la fissure. Si cet excès d'énergie n'est pas dissipée par un autre mécanisme, la fissure peut alors propager au maximum jusqu'à S_{\max} vérifiant $G^{inc}(S_{\max}) = G^c$ en utilisant l'excès d'énergie qui n'a pas été consommé pendant la propagation instable de la fissure jusqu'à S_{\min} . Le critère couplé permet donc de prévoir le chargement et la surface de fissure à l'amorçage ainsi qu'une borne inférieure et une borne supérieure de la longueur d'arrêt de la fissure juste après l'amorçage. En pratique, il est complexe de déterminer la part de l'énergie utilisée pour la propagation supplémentaire de la fissure ou dissipée par un autre mécanisme. Les longueurs d'arrêt mesurées expérimentalement seront donc comparées aux bornes inférieures et supérieures prévues numériquement.

3.2 Modèles de zone cohésive

Un modèle de zone cohésive définit la relation entre la traction et le saut de déplacement entre deux surfaces. Il nécessite la donnée d'une contrainte maximale σ_c correspondant à un saut de déplacement caractéristique (Assez petit pour ne pas affecter la rigidité globale du modèle) à partir duquel la décohésion intervient jusqu'à un saut de déplacement critique δ_c pour lequel la traction devient nulle, correspondant à la formation d'une fissure localement. L'aire sous la courbe traction-saut de déplacement correspond

au travail de séparation et de création d'une surface libre, soit G^c pour un matériau élastique. Par rapport au critère couplé, les modèles de zones cohésives introduisent le concept de zone d'élaboration, qui correspond à une configuration pour laquelle la décohésion est amorcée mais la traction n'est pas encore nulle. La longueur de fissure est alors définie comme la zone de traction libre et n'inclut pas cette zone d'élaboration. En plus de σ_c , G^c et δ_c , il est possible de faire varier le profil de la zone cohésive selon le mécanisme de rupture sous-jacent [5, 9]. La force à l'amorçage pour plusieurs profils de traction-séparation (décrit par le paramètre α [9]) est présentée en Fig. 3a. Le profil choisi (Dugdale pour $\alpha = 1.01$, bilinéaire pour $\alpha = 2$ ou trilinéaire pour $\alpha = 5$) a une influence sur la force à l'amorçage. La Fig. 3b présente un exemple d'évolution de la longueur de fissure en fonction de la force obtenu avec un modèle bilinéaire. Le détail de l'implémentation du calcul est abordé dans la prochaine section. Similairement au critère couplé, un amorçage abrupt d'une fissure sur une longueur finie est prévu avec les modèles de zones cohésives. La longueur d'arrêt de la fissure est également dépendante du profil de traction séparation choisi.

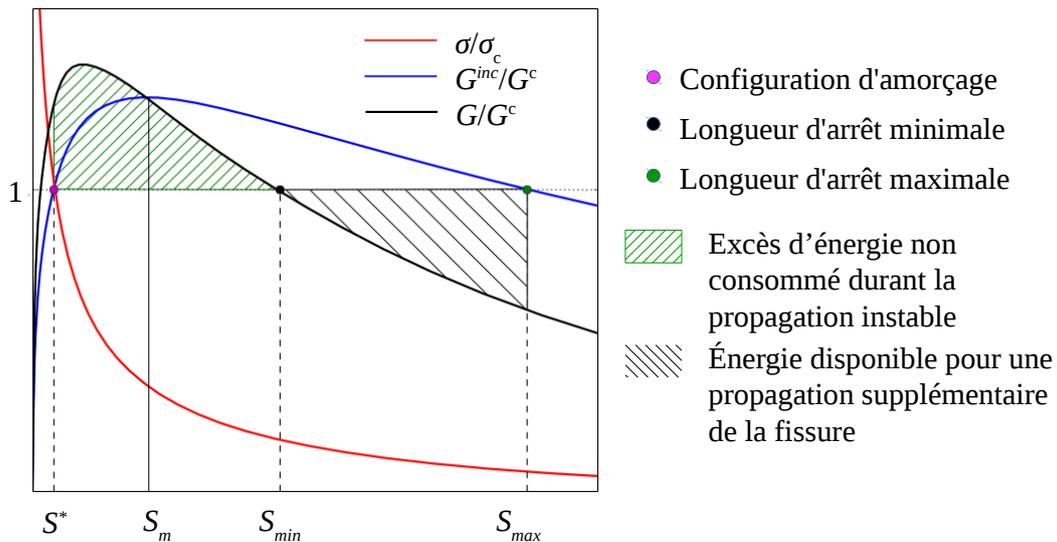


FIGURE 2 – Rapport contrainte/résistance, taux de restitution d'énergie incrémental/ténacité et taux de restitution d'énergie/ténacité en fonction de la surface de la fissure.

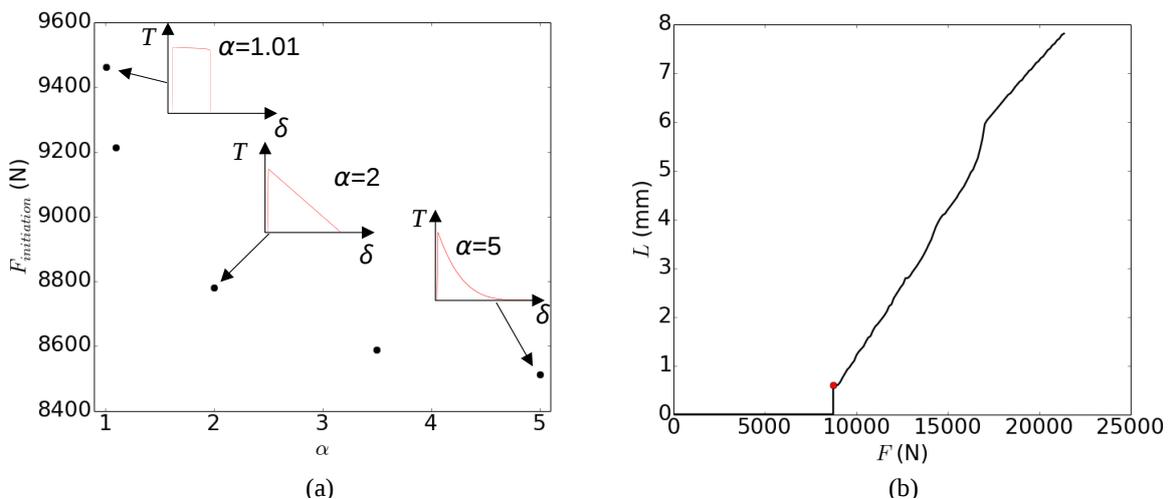


FIGURE 3 – (a) Force à l'amorçage en fonction du paramètre décrivant le profil de traction séparation [9]. (b) Longueur de fissure en fonction de la force obtenu avec un profil bilinéaire mettant en évidence la formation d'une fissure sur une longueur finie à l'amorçage.

4 Implémentation numérique et résultats

L'essai de compression sur éprouvettes trouées a été modélisé par éléments finis avec le logiciel de calcul par éléments finis Abaqus. La mise en oeuvre du critère couplé nécessite la détermination du critère en contrainte (1 calcul linéaire élastique) et du critère en énergie (plusieurs calculs linéaires élastiques avec différentes longueurs de fissures). A partir de ces calculs, la méthode présentée en Section 3.1 est appliquée pour déterminer la force à l'amorçage et les bornes inférieures et supérieures des longueurs d'arrêt de la fissure. Une analyse de l'influence du maillage a été menée pour garantir la convergence de ces quantités et a montré la possibilité d'augmenter progressivement la taille de maille à mesure que l'on s'éloigne de la singularité de contrainte au niveau de l'entaille en V. Cela permet de réduire d'une part le nombre de calculs à effectuer pour obtenir les critères en énergies et en contrainte, et d'autre part le nombre de degré de liberté pour chaque calcul. La génération du modèle, les calculs et le post-traitement s'effectue en 15 minutes environ. On peut de plus noter que la longueur d'amorçage ne dépend pas du maillage (pour des tailles de maille garantissant la convergence), mais des paramètres matériaux (E , σ_c et G^c) ainsi que de la géométrie étudiée. L'implémentation et le calcul avec les modèles de zone cohésive est quant à lui plus long, entre 1h et 10h selon la configuration étudiée. En effet, contrairement au critère couplé, un maillage suffisamment fin doit être assuré tout le long du chemin de la fissure pour bien rendre compte de la zone d'élaboration et de la propagation de la fissure. La modélisation de l'étape de propagation instable juste après l'amorçage amène à des difficultés de convergence avec une résolution quasi-statique [1]. Une solution pour résoudre ce problème à consiste utiliser une régularisation visqueuse [2], ce qui introduit un paramètre de régularisation. Une autre solution consiste à adopter une résolution dynamique qui permet de s'affranchir des problèmes de convergence liés à la propagation instable de la fissure [1]. Il est cependant nécessaire de d'assurer un état de chargement quasi-statique [4] pour être représentatif des essais de caractérisation. Pour cela, une étude d'influence à la vitesse de chargement a été menée et a permis de déterminer une vitesse de chargement (1mm/s) en dessous de laquelle la force à l'amorçage et la longueur d'arrêt de la fissure sont indépendantes de la vitesse de chargement. Ce-faisant, un amorçage abrupt a été obtenu, avec la nucléation d'une fissure sur une longueur finie au cours d'un incrément de temps d'environ 5×10^{-5} s (Fig. 3b). La confrontation des résultats obtenus avec les deux méthodes concernant la force à l'amorçage (Fig. 4a) et les longueurs d'arrêt (Fig. 4b) a permis d'identifier un profil de zone cohésive donnant le meilleur accord avec les résultats obtenus avec le critère couplé. Dans le cas présent, un profil de traction-séparation bilinéaire semble donner une force à l'amorçage similaire à celle prévu avec le critère couplé. La longueur d'arrêt obtenu avec ce profil est

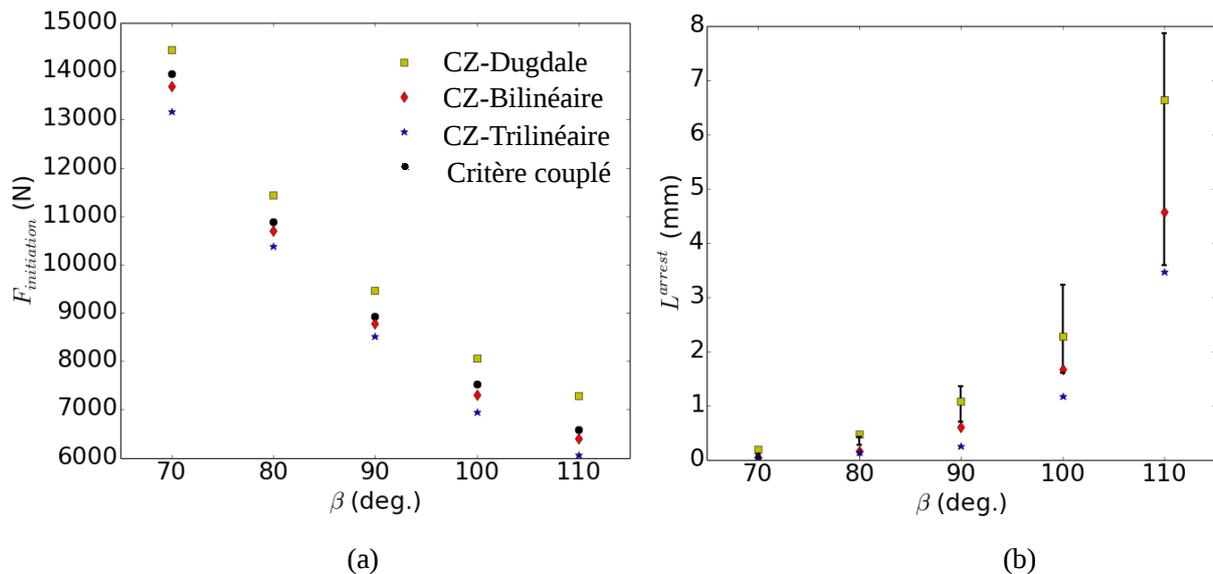


FIGURE 4 – (a) Force à l'amorçage et (b) longueur d'arrêt de la fissure en fonction de l'angle de l'entaille en V obtenus avec le critère couplé et plusieurs profils de zone cohésive.

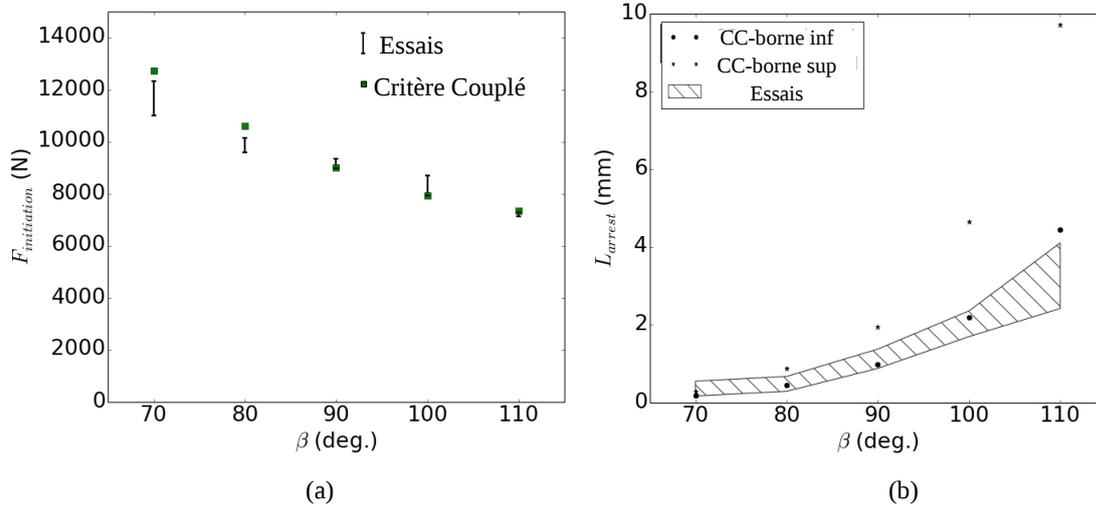


FIGURE 5 – (a) Force à l’amorçage et (b) longueur d’arrêt en fonction de l’angle de l’entaille en V obtenus numériquement avec le critère couplé et expérimentalement pour des trous avec une demi-diagonale verticale de 5.3mm.

du même ordre de grandeur que la borne inférieure obtenue avec le critère couplé. Un des avantages principaux du critère couplé comparé à un modèle de zone cohésive est la possibilité d’implémenter les paramètres à rupture seulement en post-traitement des calculs. Ainsi, il est possible de faire varier ces paramètres lors de la résolution du critère sans avoir à calculer à nouveau G^{inc} et σ_m . Avec les zones cohésives, autant de calculs que de couples de paramètres à rupture est nécessaire. La critère couplé est donc une approche intéressante dans une optique d’identification inverse de paramètres à rupture, par exemple par confrontation à des résultats d’essais. D’un autre côté, un modèle de zone cohésive sera plus adapté pour traiter des cas de multi-fissuration ou des cas où la topologie de la fissure est décrite par un grand nombre de paramètres [3]. La Fig. 5 présente la force à l’amorçage et les longueurs d’arrêt obtenus avec le critère couplé et expérimentalement. La force à l’amorçage prévu avec le critère couplé est du même ordre de grandeur que celle mesurée expérimentalement et est légèrement surestimée pour les plus petits angles d’entaille. La longueur d’arrêt de fissure mesurée expérimentalement est du même ordre de grandeur que la borne inférieure obtenue avec le critère couplé. La borne supérieure surestime les longueurs mesurées expérimentalement.

5 Conclusion

L’amorçage abrupt d’une fissure sur une longueur finie a été mise en évidence expérimentalement via des essais de compression sur des éprouvettes trouées en PMMA. Le critère couplé ou les modèles de zones cohésives permettent de modéliser cette formation spontanée de la fissure. Lorsque la taille ou l’angle du trou augmente, la force à l’amorçage diminue et la longueur d’arrêt de la fissure augmente. La confrontation des résultats obtenus avec le critère couplé permet l’identification d’un profil de zone cohésive qui influence la force à l’amorçage et la longueur d’arrêt de la fissure. Un accord satisfaisant est obtenu entre les mesures expérimentales et les données prédites numériquement via l’application du critère couplé. L’approche X-FEM serait une autre approche possible pour la simulation de tels essais, avec l’avantage de ne pas présupposer du chemin de fissure. La comparaison avec les méthodes étudiées dans ce travail fera l’objet de futurs travaux.

Références

- [1] Acary V., Monerie Y. Nonsmooth fracture dynamics using a cohesive zone approach. Rapport de recherche RR-6032, INRIA (2006).

- [2] Chaboche, J.L., Feyel, F., Monerie, Y. Interface debonding model : a viscous regularization with a limited rate dependency. *Int. J. Sol. Struct.*, 38 (2001) 3127-3160.
- [3] Doitrand A., Fagiano C, Carrère N., Chiaruttini V., Hirsekorn M. Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion, *Eng. Fract. Mech.*, 169 (2017) 189–200.
- [4] Doitrand A., Estevez R., Leguillon D. Comparison between cohesive zone and coupled criterion modeling of crack initiation in rhombus hole specimens under quasi-static compression. *Theor. App. Fract. Mech.*, 99 (2019) 51–59.
- [5] Dugdale, DS. Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Sol*,8 (1960) 100104.
- [6] Hashin Z. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. *J. Mech. Phys. Solids*, 44(7) (1996) 1129–1145.
- [7] Leguillon D. Strength or toughness ? A criterion for crack onset at a notch. *Eur. J. Mech. - A/Solids*, 21(1) (2000) 61-72.
- [8] Nairn JA. Exact and variational theorems for fracture mechanics of composites with residual stresses, traction-loaded cracks and imperfect interfaces. *Int J Fract*, 105 (2000) 243–271.
- [9] Park K., Paulino GH., Roesler JR. A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture. *J. Mech. Phys. Sol*,57 (2009) 891-908.